ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 23 JANVIER 1950.

PRÉSIDENCE DE M. GASTON JULIA.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Éducation Nationale** adresse ampliation du décret, en date du 13 janvier 1950, portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Antoine Lacassagne** pour occuper, dans la Division des Académiciens libres, la place vacante par le décès de M. *Gustave Roussy*.

Il est donné lecture de ce décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Antoine Lacassagne** prend place parmi ses Confrères.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à MM. **Arrigo Finzi**, Chargé de cours à l'Université de Rome, et **Halvor Solberg**, Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences de Norvège, Vice-Président du Conseil International des Unions scientifiques, qui assistent à la séance.

ANALYSE DIMENSIONNELLE. — *Il n'y a pas de systèmes* UES *ni* UEM, *il y a des systèmes d'unités dimensionnellement amorphes, dont les unités sont reliées par des coefficients indimensionnés, systèmes dont chacun peut être fait à volonté électrostatique ou électromagnétique.* Note (*) de M. **Robert Esnault-Pelterie**.

Point de vue dimensionnel. — Coulomb ayant perçu et précisé les propriétés de la quantité d'électricité par sa balance, aboutissait à l'équation

$$f = k\frac{qq'}{l^2} \tag{11}$$

(*) Séance du 5 décembre 1949.

et Ampère établissait de même la relation

(12) $$f' = k' \frac{i\,ds\,i'\,ds'}{l^2}\left(\cos\theta - \frac{3}{2}\cos\alpha\cos\alpha'\right).$$

Par quotient, et jointes à la définition $q = it$, ces formules [1] expriment une vérité permanente qui se traduit en langage moderne par la relation

(13) $$\varepsilon\mu = L^{-2}T^2,$$

hors de toute considération d'un système quelconque de grandeurs principales.

Si l'on construit un système *dimensionnel* à partir de l'équation de Coulomb où l'on fait ε égal à un nombre pur et qu'on fait de même pour μ à partir de l'équation d'Ampère, on obtient deux systèmes *dimensionnels* où les dimensions de chaque grandeur sont, d'un système à l'autre, dans un rapport ayant, selon le cas, les dimensions du carré d'une vitesse ou celles d'une vitesse.

Point de vue du système d'unités. Changement de système d'unité.

L'équation (6) de ma précédente Note [2], ayant la même origine analytique que la relation (1), doit être considérée comme contenant une constante :

(6′) $$u_{H_3} = C\,u_{H_1}^{c}\,u_{H_2}^{d}.$$

Répartissant cette constante entre les trois paramètres physiques :

(6″) $$C_{H_3}u_{H_3} = (C_{H_1}u_{H_1})^{c}(C_{H_2}u_{H_2})^{d},$$

et posant

(14) $$C_{H_3}C_{H_1}^{-c}C_{H_2}^{-d} = 1,$$

tout groupe de valeurs des C satisfaisant à cette dernière condition nous donnera un système de trois unités dont l'une sera dérivée des deux autres; *tout changement d'unités se résoudra ainsi en un changement, dans le cadre de la condition* (14), *des C, lesquels sont nécessairement indimensionnés.*

Établissement d'un système général d'unités. — L'électricien ayant perçu la quantité d'électricité Q comme il a été dit, et la différence de potentiel U comme figurant, en quelque sorte, la pression du fluide électrique, pouvait définir ses unités de proche en proche comme il suit :

(15)

Intensité de courant..........	$u_I = u_Q\,u_T^{-1}$
Capacité électrique...........	$u_C = u_Q\,u_U^{-1}$
Résistance électrique.........	$u_R = u_U\,u_I^{-1}$
Champ magnétique............	$u_{\mathcal{H}} = u_I\,u_L^{-1}$
Flux magnétique..............	$u_\Phi = u_U\,u_T$
Induction (*self ou nuit*)......	$u_{\mathcal{L}} = u_\Phi\,u_I^{-1}$ ...

[1] E. Mercadier et Vaschy, *Annales télégraphiques*, 3e série, 10, 1883, p. 5 à 16.

[2] *Comptes rendus*, 229, 1949, p. 1041. Pour la clarté du présent exposé, je numéroterai ici mes équations selon cette Note et à la suite.

Non seulement ces équations *physiques* ne se réfèrent à aucun système dimensionnel, *mais encore ne peuvent-elles s'y référer :* le choix d'un système dimensionnel implique la réduction successive des équations *dimensionnelles correspondant aux équations* (15) jusqu'à la réduction à un certain nombre de principales, mais les équations *physiques* (15) elles-mêmes ne sont pas passibles d'une telle réduction sans perdre entièrement leur signification.

L'exemple le plus simple sera le meilleur; la troisième formule, qui permet la détermination de l'une des unités en R, U ou I en fonction des deux autres, se réduirait, dans les systèmes électromagnétiques L, M, T ou L, T, Q, à

$$u_R = u_L u_T^{-1}, \tag{16}$$

qui l'égale à la vitesse unité. Une telle formule est certes correcte numériquement, elle ne présente plus aucun sens métrologique quelconque.

Pour déterminer réellement *un système d'unités, nous ne pouvons utiliser les équations* (15) *que telles quelles* et de proche en proche.

Supposons que, définissant la quantité d'électricité par un équivalent électrochimique, nous ayons justement choisi ainsi une quantité *physiquement* égale à $3^{-1}10^{-9}$ coulomb et que nous choisissions pour unité de tension celle de 300 éléments étalons en série, le tout sans autre justification *que notre gré.*

L'unité de longueur demeurant le centimètre et celle de temps la seconde, il est clair que le système (15) va nous fournir de proche en proche des unités *physiquement* identiques à celles du système électrostatique, *mais sans aucune spécification particulière de dimensions.*

Appliquant à ces unités u le changement (6″), (14), nous pourrons, par un choix convenable de deux des facteurs C, obtenir un nouveau système :

$$(16)\quad \begin{aligned} u'_Q &= u_Q\,.3^{+1}10^{+10}, & u'_R &= u_R\,.3^{-2}10^{-20},\\ u'_U &= u_U\,.3^{-1}10^{-10}, & u'_{\mathcal{H}} &= u_{\mathcal{H}}\,.3^{+1}10^{+10},\\ u'_I &= u_I\,.3^{+1}10^{+10}, & u'_\Phi &= u_\Phi\,.3^{-1}10^{-10},\\ u'_C &= u_C\,.3^{+2}10^{+20}, & u'_{\mathcal{L}} &= u_{\mathcal{L}}\,.3^{-2}10^{-20}, \end{aligned}$$

où chacun des u' sera *physiquement* identique à l'une de nos unités EM habituelles. Si cela nous convient, nous pourrons effectuer de même la transformation

$$(17)\quad \begin{aligned} u''_Q &= u_Q\,.3^{+1}10^{+9}, & u''_R &= u_R\,.3^{-2}10^{-11},\\ u''_U &= u_U\,.3^{-1}10^{-2}, & u''_{\mathcal{H}} &= u_{\mathcal{H}}\,.3^{+1}10^{+9},\\ u''_I &= u_I\,.3^{+1}10^{+9}, & u''_\Phi &= u_\Phi\,.3^{-1}10^{-2},\\ u''_C &= u_C\,.3^{+2}10^{+11}, & u''_{\mathcal{L}} &= u_{\mathcal{L}}\,.3^{-2}10^{-11}, \quad \ldots \end{aligned}$$

où chacun des u'' sera *physiquement* identique à l'une de nos unités pratiques.

Tous ces changements n'ont eu lieu que par l'intermédiaire des facteurs indimensionnés C *et aucun système de grandeurs principales n'a été indiqué.*

Supposons maintenant que, pour les raisons connues, nous affections les u des dimensions électrostatiques en privant ε de dimensions; il est clair que les équations (16) imposeront aux u' les mêmes dimensions. Si inversement, et

toujours pour les raisons connues, nous affectons les u' des dimensions électromagnétiques en privant μ de dimensions, les u auront aussi les dimensions électromagnétiques. De même, il nous sera loisible, par les équations (17), de donner aux u'', *physiquement* identiques aux unités pratiques, soit les dimensions électrostatiques, soit les dimensions électromagnétiques.

On voit ainsi que les systèmes d'unités sont dimensionnellement amorphes et peuvent recevoir à volonté les dimensions qui nous conviendront; inversement, dans un système dimensionnel déterminé, les relations (6″), (14), nous permettent d'effectuer tel changement *d'unités* qui nous plaira, sans changer en rien ce système dimensionnel; c'est là, du reste, le principe fondamental de l'Analyse dimensionnelle.

Les formules dimensionnelles *qui, elles, ne comportent aucune constante*, peuvent être réduites de proche en proche jusqu'au nombre de principales qui nous convient, quelles qu'elles soient; ces formules prennent *ainsi* une signification purement *noocosmique*. Une fois un système dimensionnel obtenu, on peut même passer directement à un autre par le moyen de facteurs indimensionnés tels que

$$L^3MT^{-2}Q^{-2}, \quad (\textit{électrostatiquement indimensionné}),$$

ou

$$LMT^0Q^{-2}, \quad (\textit{électromagnétiquement indimensionné}),$$

qu'on utilise à la puissance convenable.

A partir des quatre dimensions qu'on attribue au système d'unités de Giorgi, on obtiendra par exemple :

$$\varepsilon = L^{-3}M^{-1}T^2Q^2 \times L^3\;M\;T^{-2}Q^{-2} = \textit{indimensionné}$$
$$\mu = L\;M\;T^0Q^{-2} \times L^{-3}M^{-1}T^2\;Q^2 = L^{-2}T^2$$
$$\varepsilon = L^{-3}M^{-1}T^2Q^2 \times L\;M\;T^0\;Q^{-2} = L^{-2}T^2$$
$$\mu = L\;M\;T^0Q^{-2} \times L^{-1}M^{-1}T^0\;Q^2 = \textit{indimensionné}$$

repassant ainsi de même pour toutes autres grandeurs, du système quadridimensionnel de Giorgi aux systèmes tridimensionnels ES ou EM.

Il est clair que de telles transformations *dimensionnelles* (*noocosmiques*) ne sauraient affecter en rien la valeur d'entités *e-p-cosmiques* telles que *coulomb*, *ampère*, *ohm*, *farad*, *henry*, ..., qui demeurent *physiquement* ce qu'elles sont, et liées par les relations (15).

Cette dualité *e-p-cosmique-noocosmique* est très exactement reflétée par une dualité de formules où l'on agit, pour les unes sur des facteurs *indimensionnés* affectés d'*exposants invariables* de par une relation physique et dont un produit de puissances demeure égal à l'unité; pour les autres, en faisant varier des exposants (pas les mêmes) dans certaines conditions.

La confusion habituelle vient de la prétention à vouloir tout représenter par les formules dimensionnelles seules qui ne le peuvent.

Ce sont d'ailleurs ces considérations d'ordre épistémologique qui m'ont mis sur la voie d'une solution à l'incompatibilité entre le système Giorgi tel qu'il est habituellement présenté, et la validité *nécessaire* de la réduction de Vaschy :

Le système Giorgi n'est pas à quatre grandeurs fondamentales, mais à quatre unités de base. Il admet parfaitement n'importe quel système dimensionnel, *et il faut lui en appliquer un tridimensionnel pour le respect indispensable de la validité* physique *de la réduction de Vaschy.*

ENTOMOLOGIE BIOLOGIQUE. — *Observations sur plusieurs souches naturelles hybridées de Culex autogène* (C. autogenicus *Roub.*). Note de MM. **Émile Roubaud** et **Sabbas Ghelelovitch.**

L'entité spécifique du Moustique commun, autrefois conçue comme une espèce linéenne simple, a pu, dans le cours de ces dernières années, être dissociée en deux espèces vraies, distinctes biologiquement, morphologiquement et génétiquement : *Culex pipiens* L. et *C. autogenicus* Roub. ([1]) Il a été précédemment rapporté ([2]) que ce dernier, le moustique commun autogène se présente dans la nature sous deux formes ou variétés morphologiques : l'autogène *ponctué* (*sterno-punctatus* Roub.), dont la face ventrale abdominale est ornée d'une ligne médiane d'écailles sombres, groupées en taches noires punctiformes et l'autogène pâle ou non ponctué (*sterno-pallidus* Roub.), dont la face ventrale est dépourvue de taches. Ces deux variétés, en raison des phénomènes d'amixie physiologique partielle qui se manifestent dans leurs intercroisements, peuvent être considérées comme deux sous-espèces vraies.

Dans la nature, les peuplements du moustique autogène sont cependant rarement représentés par l'une ou l'autre des deux formes, à l'état pur. En particulier, le type ponctué n'a été jusqu'ici rencontré qu'une seule fois, formant souche naturelle pure, à Arles. Dans la majorité des cas, les populations autogènes, recueillies en territoire français, tout au moins, se présentent comme des mélanges d'hybridation des deux variétés.

Nous donnons ci-après les résultats d'observations et d'expériences poursuivies sur les caractéristiques génétiques de trois souches naturelles, géographiquement distinctes, de Culex autogène. Ces trois souches provenaient l'une de Seine-et-Oise (Bligny), l'autre de l'Oise (Compiègne), la troisième de Corse (Sud d'Ajaccio) ([3]).

([1]) Improprement dénommé parfois *C. molestus* par les auteurs anglo-saxons.

([2]) *Bull. Soc. Path. exot.*, 38, 1945, p. 47 et *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 229. Dans ce dernier travail, l'autogène ponctué a été désigné, par inexactitude, sous le terme de *sterno-maculatus*.

([3]) Recueillie par C. Toumanoff, dans un trou d'obus, à ciel ouvert.

Dans chaque souche, la population ailée se montre constituée par une association d'individus pâles et d'individus plus ou moins ponctués. Certaines différences sont, par ailleurs, observées entre les deux premières souches et la troisième. Dans les deux souches provenant du continent, les nymphes présentent une coloration grise, les spermathèques des femelles sont obscures et de forme arrondie, les pontes, le plus souvent, en barquettes allongées. Dans la souche Corse, la teinte générale des imagos, des larves au IVe stade et des nymphes est plus claire, les spermathèques, de coloration claire, sont à contour légèrement ovalaire, les barquettes de pontes moins allongées. Par sélection, ces caractères, en particulier la coloration nymphale et la forme des spermathèques sont apparus comme caractères raciaux, pouvant être stabilisés dans les élevages. Il a été ainsi possible d'obtenir une lignée *sterno-punctatus* à larves IV et pupes claires et une autre à pupes grises.

Le caractère punctatus. — Il se montre généralement moins prononcé chez les femelles des différentes souches que chez les mâles et quelquefois presque localisé à ces derniers. Il n'est pourtant pas lié au sexe; mais son expression se montre très variable selon les individus. Parfois, la ponctuation obscure se réduit à quelques écailles difficilement perceptibles, sur la région médiane des premiers sternites; d'autres fois, les taches sont plus ou moins largement apparentes. Des différences s'observent, à ce point de vue, entre individus issus d'une même ponte. Par sélection, le caractère ponctué s'accentue. Nous avons réalisé une lignée *sterno-punctatus* pure, tout à fait exempte d'individus non ponctués et semblable à la souche ponctuée naturelle d'Arles. Notons que dans les élevages maintenus à température basse du laboratoire, les ponctuations sont moins développées qu'à l'étuve à 25°C. Dans l'expression du caractère interviennent donc des facteurs d'ordre génétique et des influences phénotypiques.

Dans les intercroisements d'individus ponctués avec des individus pâles, il y a dominance incomplète du caractère *punctatus*. On observe, en F_2 une ségrégation irrégulière, ne donnant pas de proportions mendéliennes simples. Le caractère ponctué apparaît déterminé par un gène majeur et plusieurs gènes modificateurs.

La fertilité des souches. — Pour les trois souches, l'étude de la fécondité et de la fertilité des pontes fait ressortir une très grande variabilité. Beaucoup de pontes de femelles, reconnues fécondées, ne fournissent qu'une proportion d'éclosions larvaires plus ou moins faible. Parfois, aucun des œufs d'une ponte fécondée ne donne de descendants. Les ratés dans les éclosions ne sont pas dus à des conditions défavorables du milieu de développement, car d'un lot d'élevage à l'autre, où ces conditions sont identiques, il existe souvent de grandes différences dans les chiffres de jeunes larves produites. Des différences sont également observées sous le rapport de la fertilité des œufs : *a.* entre les pontes

de deux femelles-sœurs ; *b.* entre les pontes des générations successives d'une même lignée d'élevage.

Les mauvaises éclosions ne dépendent pas, d'autre part, de l'insuffisance des géniteurs, ceux-ci étant choisis habituellement parmi les moustiques provenant de pontes ayant fourni des éclosions normales.

Le plus grand nombre des œufs stériles renferment des larves développées, mais non viables ; certains œufs accusent un début de développement embryonnaire, d'autres ne montrent pas de développement. Sur 39 pontes étudiées pour l'ensemble des trois souches, 17 furent entièrement fertiles, 15 partiellement, 7 entièrement stériles. Sur 25 pontes obtenues par croisement de géniteurs des différentes souches, 11 furent entièrement fertiles, 10 partiellement, 4 entièrement stériles. L'absence de proportions mendéliennes simples dans la répartition de la stérilité dans chaque ponte, la grande variabilité des manifestations de ce caractère rendent difficile son interprétation exacte ([4]). Il n'en ressort pas moins que les populations naturelles hybrides de l'autogène supportent une forte réduction spontanée, du fait de son intervention.

En résumé, l'étude de trois souches géographiquement différentes de Culex autogène fait ressortir qu'il s'agit, dans les trois cas, de mélanges par hybridation des deux variétés *sterno-punctatus* et *sterno-pallidus*, avec adjonction de divers caractères raciaux indépendants. Une forte porportion d'œufs stériles dans les pontes de chacune des souches traduit l'influence réductrice de ces interférences naturelles de génotypes multiples, parmi les population du moustique autogène.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la répartition du rubidium dans les familles de Phanérogames.* Note de MM. **Gabriel Bertrand** et **Didier Bertrand**.

En conséquence des observations que nous avons faites au sujet de la teneur en rubidium de diverses familles de Phanérogames ([1]), nous avons augmenté nos récoltes et nos analyses dans une proportion importante, de manière à réduire l'influence quantitative des cas exceptionnels sur l'ensemble des résultats obtenus et à faire ressortir ainsi, avec plus de certitude, le sens et l'étendue des variations que les premières recherches avaient fait apparaître. Les nouvelles récoltes ont été faites en 1948, surtout dans la vallée du Grésivaudan, entre Grenoble et Annecy, avec Goncelin comme point central, et, en 1949, dans la région de Nozay (Loire-Inférieure). A ces récoltes principales en ont été ajoutées quelques autres provenant de la région parisienne, de la Vendée, de la Loire-Inférieure et même des Pyrénées. Nous sommes passés ainsi de 280 espèces à 366 et, en tenant compte des plantes

([4]) Il a été reconnu précédemment, en partant de souches sélectionnées, que le caractère amixique est introduit, comme caractère dominant, par les ♂ *sterno-pallidus* dans le génotype ponctué (*Comptes rendus*, 220, 1945, p. 229).

([1]) *Comptes rendus,* 226, 1948, p. 2104.

récoltées dans plusieurs localités et analysées comparativement, de près de 300 échantillons différents à 430.

Le nombre des espèces végétales varie beaucoup selon les familles : en France, les Composées sont les plus nombreuses; les Graminées et les Papilionacées sont déjà bien moins riches; les Solanées, qui jouent un si grand rôle par leurs qualités, soit alimentaires, soit médicamenteuses, n'ont guère plus, d'une trentaine d'espèces. A côté de ces principales familles, 16 ne comptent que de 20 à 30 espèces, 12 de 10 à 20, 50 de 2 à 10, et 22 familles sont réduites à un seul type.

Nous n'avons pas récolté indifféremment toutes les plantes rencontrées; nous avons tenu compte, dans une certaine mesure, de l'étendue plus ou moins grande des familles en espèces, tout en attachant un intérêt un peu plus grand aux familles principales. Nous n'avons pas oublié de faire la part qui convient aux espèces qui croissent dans les lieux humides et dans les lieux secs, de n'accorder aux plantes rares qu'une place limitée, etc. De telle sorte, qu'en définitive, nos récoltes représentent assez bien, hormis les espèces arborescentes et sous-arborescentes, l'ensemble des plantes, sauvages ou cultivées, qui constituent le tapis végétal de notre pays.

Voici, exprimées en milligrammes par kilogramme de matière sèche, les teneurs moyennes en rubidium que nous avons trouvées, soit par échantillon, soit par espèce ([2]) dans les familles étudiées

	Nombre		Rubidium par	
	d'échantillons.	d'espèces.	échantillon.	espèce.
Dicotylédones.				
Renonculacées	16	14	18,2	17,8
Crucifères	33	26	23,4	23,4
Caryophyllées	12	11	30,1	27,3
Légumineuses	33	26	17,2	16,5
Rosacées	16	12	14,4	11,7
Ombellifères	20	14	21,0	18,8
Composées	48	42	20,9	21,1
Borraginées	8	8	18,8	18,8
Solanées	12	10	28,2	27,9
Scrofulariées	14	14	11,8	11,8
Labiées	31	25	10,2	11,0
Salsolacées	9	9	37,6	37,6
Polygonées	16	12	23,5	21,8
Autres familles	93	82	15,8	15,1
Monocotylédones.				
Graminées	42	35	12,0	12,5
Autres familles	27	27	20,1	20,1

([2]) Des espèces dont il a été analysé plusieurs échantillons, nous n'avons fait intervenir dans notre calcul que les moyennes des chiffres trouvés, d'où les petites différences qui existent entre les colonnes relatives aux échantillons et aux espèces.

En rapprochant ces résultats on trouve, d'autre part :

	Nombre		Rubidium par	
	d'échantillons.	d'espèces.	échantillon.	espèce.
Dicotylédones	361	304	18,8	18,2
Monocotylédones	69	62	15,2	15,8
Et pour la totalité des Phanérogames	430	366	18,3	17,9

Il y aurait donc, comme moyenne générale, dans l'embranchement des Phanérogames, environ 18^{mg} de rubidium par kilogramme de matière sèche : un peu plus dans la classe des Dicotylédones et un peu moins et même très nettement moins dans celle des Monocotylédones.

En se reportant aux chiffres du tableau, on voit que :

1° chez les Monocotylédones, c'est la nombreuse et très importante famille des Graminées qui est cause de l'abaissement de la teneur moyenne du groupe en rubidium. La teneur des Graminées n'est, en effet, que de 12,5 mg/kg de matière sèche ;

2° chez les Dicotylédones, on rencontre trois importantes familles qui sont aussi peu et même moins pourvues en rubidium que les Graminées. Ce sont les Labiées, les Rosacées et les Scrofulariées (de 11 à 11^{mg},8).

Il est remarquable que les Labiées et les Scrofulariées, si voisines au point de vue morphologique, le soient aussi au point de vue chimique.

Il existe, par contre, plusieurs familles de Dicotylédones qui possèdent une teneur en rubidium fort au-dessus de la moyenne de la classe. Ce caractère est déjà très marqué chez les Crucifères, il l'est bien davantage chez les Solanées, pour ne citer que des plantes très répandues et dont il a été examiné un nombre d'espèces assez élevé par rapport à celui qui entre dans la famille [3].

Les nouveaux résultats que nous apportons aujourd'hui s'accordent aussi bien qu'il était possible de s'y attendre avec ceux que nous avons publiés les années précédentes.

De nouvelles analyses changeront sans doute un peu les évaluations actuelles, mais on peut déjà admettre, comme largement établi, que la répartition du rubidium parmi les végétaux présente chez les Phanérogames, comme chez les Cryptogames [4], non seulement un caractère quantitatif particulier à certaines espèces, mais propre à des groupes entiers d'espèces que d'autres caractères communs rassemblent en genres, en familles et en classes.

Cette constatation atteste d'une manière frappante la dépendance qui existe chez les êtres vivants entre la morphologie, la physiologie et la composition chimique élémentaire.

---

(3) Les détails des analyses paraîtront dans une autre publication.

(4) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 572; *Ann. Inst. Past.*, 73, 1947, p. 797; *Comptes rendus*, 227, 1948, p. 1128; *Ann. Inst. Past.*, 76, 1949, p. 199.

SÉISMOLOGIE. — *Sur une zone séismique de l'Océan Indien méridional*, Note (*) de M. **Charles Poisson**.

Une zone séismique existe dans l'Océan Indien méridional à environ 1900^{km} au Sud-Est de Tananarive. Des tremblements de terre provenant de cette origine ont à diverses reprises manifesté une intensité suffisante pour fournir de bons enregistrements jusqu'aux antipodes de l'épicentre (Californie). Toutes les données sont publiées dans l'*International Seismological Summary*, qui énumère une cinquantaine de secousses entre 1925 et 1933.

La détermination précise des coordonnées épicentrales doit être facilitée par les emplacements favorables de bonnes stations d'observation, en Afrique du Sud, Égypte, Syrie, Turkestan russe, Indes, Australie. Depuis octobre 1927 Tananarive a enregistré toutes les secousses mentionnées dans l'I. S. S., et un certain nombre d'autres chocs plus faibles, probablement de même origine.

Gutenberg et Richter ont publié en 1941 une liste des principales secousses, fixant l'heure-origine et les coordonnées approximatives des différents épicentres ([1]).

Or la comparaison de ces résultats avec celui que l'on tire, dans chaque cas, de l'heure d'arrivée des ondes P à Tananarive offre une vérification fort avantageuse vu la proximité de la zone, et la très grande sensibilité des variations à ces distances de la durée de propagation pour de petites erreurs de localisation de l'épicentre. Utilisant la documentation de l'I. S. S., j'ai cru devoir reprendre le calcul des épicentres pour toutes les secousses d'importance suffisante entre le 19 octobre 1927 et le 13 août 1933, soit 14 tremblements de terre. Mes calculs ayant été effectués suivant les méthodes classiques, et confrontés en outre avec des tables dressées par nous, et donnant, en fonction des tables de Jeffreys et Bullen (édition 1940), les durées de propagation des ondes P à une cinquantaine de bonnes stations, pour des épicentres espacés de 0°,5 en latitude et longitude entre 33° et 35° Sud, 56° et 60° Est, il n'est pas nécessaire de décrire ici ces procédés. On a bien entendu fait usage des latitudes dites géocentriques pour le calcul des distances sur l'ellipsoïde terrestre.

L'onde P parvient en général à Tananarive sous la forme très nette d'un impetus *i*, sauf de rares cas isolés où l'impetus *i* fut précédé d'une emersio *e*. C'est une onde de dilatation, indiquant qu'à l'épicentre le premier mouvement est toujours un effondrement.

La zone active entre 1927 et 1933 est comprise entre les latitudes 33° et 34° Sud, les longitudes 57° et 59° Est. Dans l'ensemble nos résultats

(*) Séance du 5 décembre 1949.

([1]) *Geological Society of America*, Special Papers, number 34; Beno Gutenberg and C. F. Richter, *Seismicity of the Earth*, p. 77 à 80.

s'accordent avec ceux de Gutenberg et Richter, à l'exception des cinq cas où Gutenberg et Richter estiment la longitude à 60°.

Ce très faible désaccord s'explique aisément si l'on considère les particularités que notre étude met en lumière. D'une façon constante, en effet, l'onde P s'inscrit à Tananarive 3 secondes plus tard que l'heure attribuée par les tables de Jeffreys pour la distance correspondante, comprise entre 17° et 18°. La vitesse de propagation des ondes P dans ce secteur de l'Océan Indien est donc plus lente que celle des tables. Jeffreys a d'ailleurs signalé lui-même un phénomène exactement semblable (retard de 3 secondes entre 17° et 20°) pour des enregistrements effectués dans des stations de l'Amérique du Nord (2).

Mais dans l'Océan Indien ce ralentissement ne paraît pas limité aux distances inférieures à 20°. Il s'étend probablement dans l'Ouest jusqu'en Afrique du Sud (Capetown) et région des Grands Lacs (Entebbe), et dans le Nord jusqu'à Bombay, le long de la dorsale sous-marine de Carlsberg.

Faut-il voir dans ce fait une influence géologique de l'ancien continent de Gondwana? Cette hypothèse semblera peut-être moins risquée si l'on remarque une deuxième particularité de nos séismes. Alors que les ondes P ont un retard systématique vers Madagascar, on constate au contraire une avance en direction des stations de l'Australie Occidentale (Perth) et jusqu'à Adelaïde. A l'autre extrémité de l'Australie les heures d'arrivée à Sydney (Riverview) s'effectuent au moment prévu par les tables.

Ainsi les observations séismologiques mettraient en évidence une différence marquée dans les propriétés élastiques de couches sous-marines peu profondes (o à 30^{km}), puisque les enregistrements n'ont jamais présenté les indices caractéristiques de profondeur anormale. Entre la région séismique (en moyenne 33°,5 Sud, 58°,5 Est) et Madagascar (ou l'Inde) les ondes de dilatation subissent un ralentissement, et, au contraire, une accélération entre l'épicentre et l'Australie.

Au point de vue pratique on trouverait dans ces faits l'explication de quelques divergences d'opinion dans l'emplacement des foyers : les distances extraites des tables seraient un peu trop longues lorsque l'on part de Madagascar ou des Indes, un peu trop courtes si l'on utillise les excellentes stations d'Australie, Perth et Adelaïde. Les coordonnées ainsi calculées auraient tendance à une légère exagération de la latitude et de la longitude.

Lors du Congrès d'Oslo (*Comptes rendus*, p. 152), Jeffreys signalait lui aussi des vitesses de propagation d'ondes P supérieures à celles adoptées dans les tables. Mais il s'agissait d'une région délimitée d'Europe. L'Océan Indien méridional offrirait un exemple de frontière géographique entre les deux sortes d'ondes P différentes de la moyenne.

(2) *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 30, july 1940, p. 225-235 (On Pup to 20° in North America).

M. **Jean Chazy** s'exprime en ces termes :

J'ai l'honneur de présenter un livre intitulé : *Célèbres problèmes mathématiques*, dont l'auteur est M. Édouard Callandreau, Directeur de l'École centrale des Arts et Manufactures. Ce livre a surtout pour objet, dans des théories mathématiques devenues classiques et impersonnelles, de réintroduire une part historique, humaine. Il traite du dernier théorème de Fermat, de la transcendance du nombre *e*, des polyèdres réguliers, des courbes brachistochrones, de la précession des équinoxes, de la rotation de la Terre et l'expérience de Foucault, des fonctions continues sans dérivées, et de beaucoup d'autres problèmes, plus de cent au total. Tantôt M. Callandreau reprend les mises au point des maîtres de notre jeunesse, et tantôt il évoque le savant qui a résolu tel problème, ou rappelle la part de chacun de ceux qui ont créé, découvert ou développé telle théorie. Beaucoup de ces maîtres et de ces savants ont été nos Confrères.

M. **Georges Bouligand** fait hommage d'un fascicule intitulé : *L'Analyse géométrique et sa place dans l'œuvre de Gaston Darboux*, texte d'une Conférence donnée au Congrès de l'Association française pour l'avancement des sciences, à Clermont-Ferrand, le 19 juillet 1949.

M. **Henri Besairie** fait hommage de neuf *Cartes géologiques de Madagascar* au 1/200000 dont les levers ont été établis : *Behara* et *Fort-Dauphin*, *Bekily*, *Ampotaka*, *Tsihombe*, par lui-même; *Ampanihy*, *Ambovombe*, en collaboration avec M. Ch. Abadie; *Esira*, *Tsivory*, *Manantenina*, en collaboration avec M. E. Rakotondramazava.

M. **Léon Moret** adresse un volume qu'il vient de publier : *Manuel de Paléontologie végétale*.

CORRESPONDANCE.

M. **Robert Grandpierre** adresse des remercîments pour la distinction accordée à ses travaux.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Encyclopédie biogéographique et écologique. III. *Les associations végétales de l'antique forêt de Beine*, par Marcel Bournérias.

2° Maurice Denis-Papin et A. Kaufmann. *Cours de calcul opérationnel* (*Transformation de Laplace*).

3° ARTHUR BRUNEL. *Traité pratique de Chimie végétale à l'usage des laboratoires et de l'agronomie métropolitaine et coloniale*, Tome II.

4° RENÉ TATON. *La Préhistoire de l'Analyse géométrique.*

5° LUIZ DE MENEZES CORRÊA ACCIAIUOLI. *Hidrologia portuguesa*, 1943-1946.

LOGIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la possibilité d'ordonner le continu.* Note de M. **L.-E.-J. BROUWER**, présentée par M. Émile Borel.

Dans une communication antérieure [1] j'ai mis en lumière que l'ordre naturel du continu intuitionniste n'est pas quasi complet, c'est-à-dire ne comporte pas une relation d'ordre pour chaque paire de nombres réels différents. La question se pose de savoir s'il y a moyen d'ordonner quasi complètement le continu intuitionniste d'une autre manière, en conservant, bien entendu, l'égalité comme condition d'égalité de rang. La réponse est négative, comme l'établit le raisonnement suivant :

Supposons pour le continu intuitionniste l'existence de quelque ordre quasi complet π. *Dans ce qui suit les signes $<$ et $>$ se rapporteront à l'ordre* π. Soient p_1 et u_1 deux nombres réels dont la *distance naturelle* (c'est-à-dire la valeur absolue de leur différence arithmétique) a surpasse 2^{-n} pour un certain nombre naturel n. Soit $p_1 < u_1$ et soit w_1 le nombre réel qui est la *moyenne naturelle* de p_1 et de u_1. Nous aurons alors ou bien $w_1 < p_1 < u_1$ ou bien $p_1 < u_1 < w_1$ ou bien $p_1 < w_1 < u_1$. Dans le premier cas nous mettrons $p_2 = w_1$ et $u_2 = u_1$, dans le second et dans le troisième cas $p_2 = p_1$ et $u_2 = w_1$. Ainsi dans tous les cas la distance naturelle de p_2 à u_2 sera de $2^{-1}a$, tandis que $p_2 < u_2$. De même, pour un nombre naturel quelconque ρ, soient p_ρ et u_ρ deux nombres réels à distance naturelle $2^{-\rho+1}a$ et tels que $p_\rho < u_\rho$. Alors, Soit w_ρ la moyenne naturelle de p_ρ et de u_ρ. Nous mettrons $p_{\rho+1} = w_\rho$ et $u_{\rho+1} = u_\rho$, si $w_\rho < p_\rho < u_\rho$, et $p_{\rho+1} = p_\rho$ et $u_{\rho+1} = w_\rho$, si $p_\rho < u_\rho < w_\rho$ ou $p_\rho < w_\rho < u_\rho$. Ainsi dans tous les cas la distance naturelle de $p_{\rho+1}$ à $u_{\rho+1}$ sera de $2^{-\rho}a$, tandis que $p_{\rho+1} < u_{\rho+1}$. Ce procédé nous fournit une suite fondamentale de paires de nombres réels (p_ν, u_ν) où pour chaque ν nous avons $p_\nu < u_\nu$, tandis que la distance naturelle de p_ν à u_ν est de $2^{-\nu+1}a$ et que chaque *intervalle naturel* $(p_{\nu+1}, u_{\nu+1})$ est contenu dans l'intervalle naturel (p_ν, u_ν). Par conséquent la suite converge vers un seul nombre réel q.

Soit α une assertion mathématique *non éprouvable*. Considérons une suite infinie (h_1, k_1), (h_2, k_2), ... de paires de nombres réels, avançant selon les instructions suivantes :

Tant que, pendant la création successive des (h_n, k_n), ni l'absurdité, ni la non-contradiction de α n'auront été établies, h_n sera choisi égal à p_n et k_n égal

[1] *Comptes rendus*, **230**, 1950, p. 263.

à u_n. Mais, dès que la vérité de α se sera révélée entre le choix d'un certain (h_{r-1}, k_{r-1}) et celui de (h_r, k_r), chaque h_ν $(\nu \geqq r)$ sera choisi égal à p_r et chaque k_ν $(\nu \geqq r)$ égal à u_r. Et dès que l'absurdité de α aura été découverte entre le choix d'un certain (h_{s-1}, k_{s-1}) et celui de (h_s, k_s), chaque h_ν $(\nu \geqq s)$ sera choisi égal à u_s et chaque k_ν $(\nu \geqq s)$ égal à p_s. En tout cas la suite infinie (h_1, k_1), (h_2, k_2), ... convergera vers une paire de nombres réels (h, k).

Supposons un moment h et k égaux. Alors les relations $h < k$ et $h > k$ seraient toutes les deux impossibles. Donc l'égalité de (h, k) à quelque (p_r, u_r) et l'égalité de (h, k) à quelque (u_s, p_s) seraient toutes les deux impossibles et l'assertion α serait en même temps absurde et non contradictoire. Par conséquent notre supposition a été réfutée, nous avons établi que h et k sont différents et l'ordre quasi complet π devra comporter une relation d'ordre pour la paire (h, k).

Or, cette relation d'ordre sera

ou bien $h < k$, d'où l'impossibilité de $h > k$, entraînant successivement l'impossibilité de l'égalité de (h, k) à quelque (u_s, p_s) et la non-contradiction de α, donc l'éprouvabilité de α,

ou bien $h > k$, d'où l'impossibilité de $h < k$, entraînant successivement l'impossibilité de l'égalité de (h, k) à quelque (p_r, u_r) et l'absurdité de α, donc encore l'éprouvabilité de α.

Nous nous sommes heurté à une contradiction. Cette contradiction établit que, tant qu'il y aura des assertions non éprouvables, le continu intuitionniste n'admettra pas d'ordre quasi complet.

Pour l'ordre quasi complet du continu réduit, c'est-à-dire de l'espèce des nombres réels prédéterminés, il existe une impossibilité analogue, logiquement conditionnelle, mais pratiquement absolue, seulement plus longue à formuler que dans le cas du continu intuitionniste.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'équivalence des classes de fonctions indéfiniment dérivables sur un demi-axe.* Note de M. **Shmuel Agmon**, présentée par M. Paul Montel.

Soit $\{M_n\}$ $(n \geqq 1)$ une suite de nombres positifs. Nous désignons par $C\{M_n\}$ la classe des fonctions $f(x)$ définies et indéfiniment dérivables sur un intervalle I (fini ou infini), telles que, sur tout intervalle ouvert ou semi-fermé I_1 appartenant à I,

$$\overline{\text{borne}}_{x \in I_1} |f^{(n)}(x)| \leqq \lambda^n M_n \qquad (n = 1, 2, \ldots),$$

où λ dépend seulement de f et de I_1. Le problème d'équivalence de deux classes $C\{M_n\}$ et $C\{A_n\}$ consiste à donner des conditions nécessaires et suffisantes pour que $\{M_n\}$ et $\{A_n\}$ définissent la même classe. Plus généralement, on cherche des conditions pour que $C\{M_n\} \subset \{M_n\}$. Une condition

nécessaire pour l'axe entier a été donnée par M. Mandelbrojt ([1]). Puis, M. Gorny ([2]) a démontré que cette condition est aussi suffisante. Pour un intervalle fini, le problème d'équivalence a été résolu par MM. H. Cartan et Mandelbrojt ([3]). Nous considérons ici le cas d'un *demi-axe*. Si $\underline{\lim}\, M_n^{\frac{1}{n}} < \infty$, il résulte de l'inégalité de Gorny ([2]), pour un demi-axe, que la classe $C\{M_n\}$ est équivalente à $C\{1\}$. Soit alors $\lim M_n^{\frac{1}{n}} = \infty$ et posons $N_n = M_n n^n$. Soit $\{N_n^c\}$ la régularisée convexe de $\{N_n\}$ (par l'intermédiaire du logarithme). Posons $M_n^d = N_n^c / n^n$. En utilisant l'inégalité de Gorny, M. Mandelbrojt a indiqué que la condition suivante est suffisante :

$$(1) \qquad (M_n^d)^{\frac{1}{n}} = O\left(A_n^{\frac{1}{n}}\right) \qquad (n \to \infty).$$

Le but de cette Note est de démontrer que cette condition est aussi nécessaire. Posons

$$\Lambda_n(x) = e^{-x} L_n(x) = e^{-x} \sum_{\nu=0}^{n} (-1)^\nu C_n^\nu \frac{x^\nu}{\nu\,!},$$

où $L_n(x)$ est le polynome de Laguerre d'ordre n.

En utilisant l'équation différentielle de $\Lambda_n^{(m)}(x)$, on démontre facilement, par induction par rapport à m, les inégalités suivantes ([4]) :

$$(2) \qquad |\Lambda_n^{(m)}(x)| < (-1)^m \Lambda_n^{(m)}(0) = \frac{(n+1)\ldots(n+m)}{m\,!} \qquad (x > 0).$$

Supposons que (1) ne soit pas une condition nécessaire. On aurait pour deux suites positives $\{M_n\}$ et $\{A_n\}$, pour une suite d'entiers positifs $\{n_k\}$ et une suite de nombres positifs $\{\delta_k\}$ avec $\Sigma\,\delta_k < \infty$, les relations suivantes :

$$(3) \qquad C\{M_n\} \subset C\{A_n\} \qquad \text{et} \qquad A_{n_k} \leq \delta_k^{n_k} M_{n_k}^d \qquad (k = 1, 2, \ldots).$$

En posant

$$H(u) = \max_{n \geq 1} \frac{u^n}{n^n M_n},$$

on obtient

$$(4) \qquad n^n M_n^d = \max_{u \geq 1} \frac{u^n}{H(u)} \qquad (n \geq n_0).$$

De (4) résulte qu'il existe un $\alpha > 0$ et une suite d'entiers $\{\nu_k\}$ tels que :

$$(5) \qquad \frac{\nu_k^{n_k}}{H(\nu_k)} = \alpha^{n_k} M_{n_k}^d n_k^{n_k} \qquad (k = 1, 2, \ldots).$$

([1]) *Séries de Fourier et classes quasi analytiques de fonctions* (*Collection Borel*, Paris, 1935, p. 93).

([2]) *Acta Mathematica*, **71**, 1939.

([3]) *Acta Mathematica*, **72**, 1940.

([4]) Pour $m = 0$ voir G. Szegö, *American Math. Soc.*, publications, **22**, p. 59.

Posons, pour $x \geqq 0$,

$$f(x)=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\delta_k A\nu_k(x)}{H(\nu_k)}.$$

En utilisant (2) et l'inégalité $H(u)\geqq u^n/n^n M_n$, on trouve pour $n=1, 2, \ldots$:

$$(6)\qquad |f^{(n)}(x)|\leqq|f^{(n)}(0)|=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\delta_k(\nu_k+1)\ldots(\nu_k+n)}{n!\,H(\nu_k)}=\sum_{\nu_k<n}+\sum_{\nu_k\geqq n}$$
$$\leqq c_1 4^n+\frac{n^n}{n!}M_n\sum_{\nu_k\geqq n}\delta_k\frac{(\nu_k+1)\ldots(\nu_k+n)}{\nu_k^n}$$
$$< c_1 4^n+(2e)^n M_n\sum_{1}^{\infty}\delta_k<\beta^n M_n.$$

Ainsi $f(x)\in C\{M_n\}$. Or, $C\{M_n\}\subset C\{A_n\}$, il existe $\gamma>0$ tel que $|f^{(n)}(0)|\leqq\gamma^n A_n$. En tenant compte de (3), (5) et (6), on a :

$$(\gamma\delta_k)^{n_k}M_{n_k}^d\geqq\gamma^{n_k}A_{n_k}\geqq|f^{(n_k)}(0)|>\delta_k\frac{(\nu_k+1)\ldots(\nu_k+n_k)}{n_k!\,H(\nu_k)}>\frac{\delta_k}{n_k!}\,\frac{\nu_k^{n_k}}{H(\nu_k)}>\delta_k\alpha^{n_k}M_{n_k}^d.$$

Ceci fournit une contradiction : $0=\lim\delta_k\geqq\alpha/\gamma$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Opérateurs hermitiens à valeurs propres liées par une formule de récurrence rationnelle.* Note (*) de M. **Robert Zwahlen**, présentée par M. Gaston Julia.

Pour quelques problèmes à valeurs propres de la Physique mathématique, le spectre des valeurs propres forme une suite arithmétique du premier ou du second ordre, ou obéit à une autre loi récursive. On veut résoudre les problèmes de ce groupe en commun.

Soit R l'espace de Hilbert et soient A, B, C, ... des opérateurs linéaires dans R. Nous nous posons le problème de déterminer les *valeurs propres* λ_n d'un *opérateur hermitien* que nous appelons F. Supposons qu'on sache d'avance que pour les λ_n la formule de récurrence

$$(1)\qquad \lambda_{n+2}=\frac{\displaystyle\sum_{i,k=0,0}^{p,q}a_{ik}\lambda_{n+1}^i\lambda_n^k}{\displaystyle\sum_{j,l=0,0}^{r,s}b_{jl}\lambda_{n+1}^j\lambda_n^l}$$

(a_{ik}, b_{jl}, p, q, r, s sont indépendants de l'index n. Les indices supérieurs i, k, j et l signifient des exposants)

soit valable. Si l'on connaît λ_n et λ_{n+1}, on sait calculer $\lambda_{n+2}, \lambda_{n+3}, \ldots$. On peut

(*) Séance du 9 janvier 1950.

démontrer que, sous ces hypothèses, il existe un opérateur S qui transforme une solution caractéristique y_n correspondant à λ_n en une solution caractéristique y_{n+1} correspondant à λ_{n+1}, on a donc $y_{n+1} = Sy_n$.

Théorème 1. — *Les opérateurs* F *et* S *satisfont à l'équation*

$$(2) \qquad FS\,\Sigma b_{jl} F^j SF^l = \Sigma a_{ik} SF^i SF^k.$$

Inversement on peut prouver le

Théorème 2. — *Étant donné, dans l'espace de Hilbert* R, *l'opérateur hermitien* F *et un opérateur* S *satisfaisant ensemble à l'équation* (2), *si* y_0 *et* Sy_0 *sont des solutions caractéristiques de l'opérateur* F, *alors* S *est un opérateur de récurrence.*

C'est-à-dire que par l'itération de l'opérateur S sur y_0, on obtient toujours des solutions caractéristiques de F ou bien zéro. Les valeurs propres se calculent à l'aide de l'équation (1) et les solutions caractéristiques par $y_{n+1} = Sy_n$.

Notre méthode de résolution pour le problème caractéristique de l'opérateur F *consiste à chercher un opérateur de récurrence* S *qui, avec* F, *satisfait à l'équation* (2). — Si l'on connaît les premières solutions caractéristiques et leurs valeurs propres, les autres s'obtiennent par récurrence. La méthode est utilisable pour la plupart des problèmes classiques de la physique mathématique. L'opérateur S est souvent une transformation intégrale.

On retrouve des formules connues pour les problèmes de Laguerre, d'Hermite et de Legendre. La méthode a été développée à partir d'une idée de Dirac, qui déterminait de cette façon les solutions caractéristiques dans le cas de l'oscillateur à un degré de liberté dans la mécanique quantique.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les surfaces de Riemann à arbre topologique régulièrement ramifié.* Note de M. **Léonce Fourès**, présentée par M. Paul Montel.

I. *Arbres topologiques régulièrement ramifiés.* — Soit R, une surface de Riemann de fonction analytique dont les singularités se projettent sur un nombre fini de points du plan de la variable z, reliés par une courbe Γ simple fermée sans point double. Soit T, l'arbre topologique de R. Nous distinguerons dans la constitution de T les éléments suivants :

1° Le schéma qui est l'ensemble des nœuds et des traits de liaison;

2° L'orientation : *a.* la nature (o ou x) de chaque nœud, qui est celle du demi-feuillet correspondant de R;

b. La nature de chaque trait de liaison qui est celle du chemin correspondant sur R, joignant deux demi-feuillets de natures différentes (c'est aussi bien la nature de l'arc de Γ traversé par ce chemin).

Nous dirons que T est régulièrement ramifié s'il satisfait à la condition 2° ci-après :

1° Nœuds équivalents : $P \sim Q$ si les figures constituées par l'arbre T et le nœud P d'une part, l'arbre T et le nœud Q d'autre part, sont identiques.

2° T est régulièrement ramifié s'il existe un certain ensemble fini de nœuds, K, tel que tout nœud de T soit équivalent à un nœud de K.

Un cycle est un ensemble de nœuds et des traits de liaison qui les joignent tel que la ligne polygonale qu'ils forment sépare le plan en deux régions dont l'une ne contient aucun nœud. Le *centre* d'un cycle correspond à un point de ramification de R dont l'ordre est égal à la moitié du nombre des côtés du cycle (ce nombre est aussi l'ordre du cycle).

Deux cycles sont équivalents si tous leurs nœuds sont deux à deux équivalents et rencontrés dans le même ordre lorsqu'on parcourt les cycles dans le même sens. Les cycles de T se séparent en un nombre fini de classes de cycles équivalents si T est régulièrement ramifié.

II. *Les surfaces de recouvrement.* — Il s'agit ici de surfaces de Riemann abstraites.

1° Domaine régulièrement couvert [1]. Soit f une représentation conforme d'une surface de Riemann $\mathcal{R}$ dans une autre R. Un domaine D de R est régulièrement couvert par $\mathcal{R}$ pour f, si :

a. $f^{-1}(D) \neq \emptyset$;

b. Toute composante connexe de $f^{-1}(D)$ est représentée conformément et biunivoquement sur D par f.

2° Recouvrement abstrait : soit R une surface de Riemann; un recouvrement abstrait $(\mathcal{R}, f)$ de R est l'ensemble d'une surface de Riemann $\mathcal{R}$ et d'une représentation f de $\mathcal{R}$ sur R, telles que tout point de R possède un voisinage régulièrement couvert par $\mathcal{R}$ pour f.

Si $(\mathcal{R}, f)$ est un recouvrement de R, $(\mathcal{R}', \varphi)$ un recouvrement de $\mathcal{R}$, $(\mathcal{R}', f\circ\varphi)$ est un recouvrement de R. En particulier si φ réalise une représentation conforme biunivoque de $\mathcal{R}$ sur $\mathcal{R}'$, les recouvrements $(\mathcal{R}', f\circ\varphi)$ et $(\mathcal{R}, f)$ sont dits conformément équivalents. $(\mathcal{R}, f)$ est simplement connexe si $\mathcal{R}$ l'est; les recouvrements simplement connexes de R sont tous conformément équivalents.

Si l'on impose à f la condition d'être localement la représentation identique, les surfaces $\mathcal{R}$ que l'on obtient sont plus spécialement appelées surfaces de recouvrement relativement non ramifiées. Les surfaces de recouvrement relativement non ramifiées de R sont de type parabolique ou hyperbolique suivant que le genre de R est 1 ou supérieur à 1.

III. *Un problème de type.* — Soit R l'arbre topologique T (*cf.* I). R est simplement connexe, T est régulièrement ramifié, sans cycles d'ordre infini.

A étant un ensemble quelconque de nœuds de T, on peut définir :

---

(1) Pour ces définitions, *cf.* C. CHEVALLEY, *Théorie des Groupes de Lie*, p. 40, où figure la définition des espaces de recouvrement (revêtements) d'un espace topologique.

des nœuds périphériques de A : nœud $N \in A$ reliable à un nœud de T, $\notin A$, par un seul trait de liaison;

des nœuds extra-périphériques de A : nœud Q de T, et $\notin A$, reliable à un nœud $N \in A$ par un seul trait de liaison.

Une cellule est un ensemble fini C de nœuds de T ne comprenant pas deux nœuds équivalents, et tel que tout nœud extra-périphérique de C soit équivalent à un nœud de C;

On démontre : 1° que ce dernier nœud est périphérique; d'où l'on déduit une loi d'association entre traits de liaison libres de C : à un trait de liaison de T joignant un nœud périphérique P à un nœud extra-périphérique Q s'associe un trait de liaison joignant le nœud périphérique équivalent Q à un nœud extra-périphérique équivalent P.

2° que C est un ensemble K pour T et que l'on peut constituer un pavage régulier de T où deux cellules contiguës sont liées par traits de liaison associés.

On appellera caractéristique d'un cycle, le nombre ν de nœuds de ce cycle équivalent à l'un d'eux. Ce nombre est indépendant du nœud choisi et il est le même pour deux cycles équivalents.

Si tous les ν sont égaux à 1, la cellule C munie de la correspondance entre côtés libres est l'arbre topologique d'une surface de Riemann algébrique dont la surface de recouvrement ([2]) a précisément T pour arbre topologique.

Si certains ν sont $\neq 1$, pour atteindre le même résultat que dans le cas précédent, on est conduit à former un ensemble H de nœuds, composé de N cellules C, et à établir une correspondance entre traits de liaison libres de H. Cet ensemble peut être construit dans le cas où il existe N et un système de λ_i entiers satisfaisant à

$$\sum_i \lambda_i \frac{N}{\nu_i} \equiv 0 \pmod{N},$$

où chacun des λ_i est premier avec le ν_i correspondant; la somme $\sum_i$ est étendue à toutes les classes de cycles équivalents de caractéristiques $\neq 1$.

On peut alors déterminer le genre de la surface fermée dont H est l'arbre topologique, donc le type de R qui est la surface de recouvrement ([2]) de la précédente.

TOPOLOGIE. — *Quelques résultats relatifs au coloriage des cartes.* Note (*) de M. **Philippe Sentis**, présentée par M. Émile Borel.

L'étude suivante concerne le coloriage des cartes d'un nombre fini de régions qui recouvrent tout le plan.

([2]) Il s'agit de surfaces de recouvrement relativement non ramifiées.

(*) Séance du 16 janvier 1950.

Toute région est intérieure à une courbe fermée de Jordan sans point multiple qui en constitue la frontière. Nous supposerons dans la suite que tout point d'une frontière appartient aux frontières de trois régions au plus et de deux régions au moins. Les points communs à deux régions forment un arc de Jordan sans point multiple qui est dit leur frontière commune et dont les extrémités appelées sommets appartiennent aux frontières de trois régions.

A. Pour qu'une carte à sommets tous triples soit coloriable avec quatre couleurs, il est nécessaire et suffisant qu'on puisse ranger toutes ses frontières dans trois ensembles disjoints : 1, 2, 3, de façon à satisfaire aux conditions suivantes :

I. Pour toute région, on a

$$N_1 + N_2 + 2N_3 = 2p,$$

N_i étant le nombre de frontières i de la région.

II. Pour tout sommet, on a

$$n_1 + 2n_2 + 2n_3 = 4,$$

n_i étant le nombre de frontières i passant par le sommet.

A tout classement convenable correspond un coloriage et un seul, à une permutation près des couleurs, et réciproquement.

Remarquons :

I. Si $N_1 + N_2 + N_3 = 2q$ (la région sera dite paire) N_3 peut être nul.

Si $N_1 + N_2 + N_3 = 2q + 1$ (la région sera dite impaire) N_3 ne sera pas nul.

Il y a un nombre pair de régions impaires.

S'il n'y avait aucune région impaire, la carte serait coloriable avec trois couleurs seulement.

II. On a toujours

$$n_1 + n_2 + n_3 = 3,$$

Donc on a ou bien

$$n_2 = 1, \qquad n_3 = 0,$$

ou bien

$$n_2 = 0, \qquad n_3 = 1.$$

III. On peut supposer les couleurs rangées dans un ordre quelconque : 1, i, -1, $-i$, par exemple, ce que nous supposerons désormais.

Une frontière qui sépare deux régions opposées sera classée 2 si les régions aux deux extrémités sont de la même couleur et 3 si les régions sont de couleurs opposées. On affecte un sommet du signe (+) si les couleurs tournent dans le sens trigonométrique et du signe (—) dans le cas contraire. Si une frontière est classée 1 ou 2, les sommets sont de signes contraires. Ils sont de même signe si elle est classée 3.

B. Étant donnée une carte C, j'appelle réseau R de cette carte C, l'ensemble de ses frontières, extrémités non comprises, et de ses sommets ; j'appelle sous-réseau P, tout sous-ensemble non vide de R.

On peut tracer au moins un sous-réseau P formé de frontières 3, de leurs sommets et de frontières 1 qui ont un sommet commun avec une frontière 3 tel que :

C satisfait à I, P satisfait à II.

La construction d'un tel sous-réseau se fait en transformant les régions impaires en régions paires.

Première étape. — Si deux régions impaires sont contiguës, on classe dans l'ensemble 3 la frontière commune. Il reste un nombre pair de régions impaires non contiguës.

Deuxième étape. — On joint les capitales des régions impaires par des chemins qui évitent les sommets du réseau; toute frontière traversée par un nombre impair de chemins est classée dans l'ensemble 3, sauf si elle y était déjà.

Troisième étape. — On retire de l'ensemble 3 les sous-ensembles de 3 frontières ayant un sommet commun si l'on en a obtenu ainsi. Si l'on a deux frontières 3 ayant un sommet commun, on les retire de l'ensemble 3 et l'on y classe la troisième frontière passant par le sommet commun. Si l'on retrouve un des cas précédents, on recommence. On doit s'arrêter à un certain moment car le nombre des frontières 3 diminue à chaque opération.

C. Pour que cinq couleurs soient nécessaires au coloriage d'une carte, il faut et il suffit qu'aucun de ses réseaux $P' = R - P$ ne possède la propriété II.

Si l'on savait démontrer que l'on peut toujours trouver un tel réseau P' on aurait démontré le théorème des quatre couleurs.

GÉOMÉTRIE PROJECTIVE. — *Exposé d'un type de raisonnement en mathématique intuitioniste sans négation et résultats obtenus pour la géométrie projective plane.* Note de Mlle **Nicole Dequoy**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

I. Dans une Note précédente [1] nous avons posé les premiers axiomes pour la Géométrie projective plane dans la théorie de l'intuitionisme sans négation de M. Griss [2]. Nous allons montrer qu'il est possible à l'aide de raisonnements compatibles avec les exigences de cette théorie de développer la Géométrie projective et donner des résultats concernant la collinéation et les projectivités.

II. Tout théorème géométrique implique, tacitement, que la démonstration en est faite pour tous les cas de figures. Les éléments essentiels des démonstrations seront donc les suivants :

1. *Utilisation de l'axiome* $A \omega B \rightarrow C \omega A \vee C \omega B$ signifiant A et B étant deux points écartés, la totalité des cas de figures planes constituées par A et B et un

---

[1] *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 1098.

[2] *Proc. Neder. Akad. v. Wetensch.* 53, 1944, p. 261 et 49, 1946, p. 1127.

point C est obtenue par la réunion des cas pour lesquels C est écarté de A et des cas pour lesquels C est écarté de B (aucune relation d'exclusion n'intervenant, des cas $C\omega A$ pouvant être également des cas $C\omega B$). On peut également interpréter par les espèces $A\omega B \rightarrow$ le plan est la réunion des espèces E_1 de points C satisfaisant à $C\omega A$ et E_2 de points C satisfaisant à $C\omega B$.

2. *Utilisation de* $(\forall X)$, $B\omega X \rightarrow A\omega X : \rightarrow : A = B$, relation qui lie l'écart et la coïncidence et qui sera toujours utilisée pour démontrer la coïncidence de deux points.

3. *a, b, c, étant des espèces, utilisation de* $(a \cup b) \cap (a \cup c) \rightarrow a \cup (b \cap c)$ ($\cup$ réunion, $\cap$ intersection).

L'intuitionisme de M. Brouwer reconnaît la négation et le principe de noncontracdiction. Pour établir une propriété p, le mode suivant de raisonnement est souvent utilisé : on démontre d'abord la propriété p dans un cas particulier exigeant un nombre fini de conditions $a, b, \ldots, k$; puis considérant les cas où l'on ignore si a est remplie, on suppose vraie une propriété p' prise telle que *non* $p' \rightarrow p$ (*non* p' ayant la signification $p' \rightarrow$ contradiction). On démontre que la supposition p' vraie entraîne la réalisation de la condition a. Donc p' entraîne une contradiction relativement à a et par suite *non* $p' \rightarrow p$. On recommence avec $b, \ldots, k$ afin de démontrer dans tous les cas. Un tel mode de raisonnement montre que *la contradiction provient d'une supposition non réalisée. Or l'intuitionisme sans négation n'admet que des suppositions réalisables.* Le raisonnement pourra être conduit de la manière suivante : soit à démontrer une propriété p qui souvent pourra être ramenée à la coïncidence de deux points A et B. On fera une supposition réalisable en prenant un point X écarté de B. L'axiome mentionné en II, 1 permettra de ramener l'étude des cas possibles à celle de deux espèces α et β d'une part, α' et β' d'autre part (suivant les points considérés) et peut-être plus (l'étude de chacune des espèces α, β pouvant d'ailleurs elle-même être ramenée à l'étude de deux autres espèces, etc.). La réunion (α, β) conduira à la réunion d'une espèce E_c pour laquelle la propriété C ($A\omega X$ dans le cas particulier étudié) sera valable et d'une autre espèce E_1; la réunion (α', β') conduira de même à E_c et E_2. Sous la réserve que les propriétés définissant les espèces E_1 et E_2 soient composables, l'application de II, 3 conduira à la réunion des espèces E_c et $(E_1 \cap E_2)$. En général pour cette dernière espèce il sera possible de démontrer directement la propriété C et par conséquent on sera dans le cas d'application de II, 2 et l'on aura démontré, dans tous les cas, la propriété p.

III. A l'aide de cette méthode de raisonnement on établit les propriétés que M. Heyting ([3]) avait démontrées de manière intuitioniste avec négation.

a. Les propriétés de la collinéation centrale. — Les images d'un point P situé en dehors de OA et OB sont identiques par les deux collinéations $(AA'O^2l^2)$

([3]) *Math. Annalen*, 98, 1928, p. 514-51.

et ($BB'O^2l^2$) où B' est l'image par la collinéation ($AA'O^2l^2$) d'un point B situé en dehors de OA et l.

Les images, en tant qu'elles sont définies, des points d'une droite p, par la collinéation ($AA'O^2l^2$) sont situées sur une droite p'.

La collinéation ($AA'O^2l^2$) est déterminée pour tout point P et par suite l'image d'une droite p est une droite p'.

b. Le théorème sur les quadrilatères. — Si deux quadrilatères sont tels que tous leurs sommets sont situés en dehors d'une droite l qui coupe cinq paires de côtés correspondants aux mêmes points, la sixième paire se coupe également sur l.

c. Les propriétés des projectivités. — Propriétés classiques pour les projectivités écartées de l'identité, c'est-à-dire telles qu'un point soit écarté de sa projection dite image, et en particulier unicité de la projectivité déterminée par les points doubles O et U et un point A et son image A', à condition que A et A' soient écartés de O et U.

Unicité également pour les *projectivités normales* (c'est-à-dire projectivités de points doubles donnés quelconques O et U, telles que l' passe par O, que S et S' soient situés sur une droite passant par U et en dehors de l et l') déterminées comme précédemment.

L'introduction des opérations ne présente pas de difficulté. L'élément nul de la multiplication oblige à considérer des projectivités *peut-être dégénérées*, c'est-à-dire pour lesquelles il est possible que S' appartienne à l'. On en établit l'unicité, sous certaines conditions.

Ces opérations permettent de montrer que l'on établit ainsi un corps non commutatif sur la droite.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Relation entre les ensembles renouvelés et les probabilités en chaîne.* Note (*) de M. **Édouard Franckx**, présentée par M. Émile Borel.

1. Soit un ensemble renouvelé de nombres u_n, définis par la loi de renouvellement

$$u_n = q^1 u_{n-1} + q^2 u_{n-2} + \ldots + q^r u_{n-r}. \tag{1}$$

A cette loi on peut adjoindre une suite infinie de vecteurs de l'espace R^r

$$\vec{V}_1, \quad \vec{V}_2, \quad \ldots, \quad \vec{V}_r, \quad \ldots, \quad \vec{V}_n \quad \ldots, \tag{2}$$

la $i^{\text{ième}}$ coordonnée étant la solution particulière $\{u^i\}$ de la loi (1), définie par la suite initiale : $u_i^i = 1$, $u_j^i = 0$ pour $i \neq j$ (i et $j \leq r$).

(*) Séance du 16 janvier 1950.

2. A toute solution particulière de (1), on peut adjoindre un vecteur initial $\vec{I}$ de coordonnées : $u_1, u_2, \ldots, u_r$.

Dans ces conditions on a

(3) $$u_n = \vec{I}.\vec{V}_n$$

et le comportement asymptotique de toute solution particulière de (1) est déterminé par celui de la suite des vecteurs adjoints (2).

3. Les r vecteurs $\vec{V}_2, \vec{V}_3, \ldots, \vec{V}_r, \vec{V}_{r+1}$ définissent une chaîne de Markoff par

(4) $$M^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & q^r \\ 1 & 0 & 0 & \cdot\cdot \\ 0 & 1 & 0 & \cdot\cdot \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & q^1 \end{bmatrix}.$$

Posons $M^1 = [\vec{V}_2, \ldots, \vec{V}_{r+1}]$ et en général $M^{n-1} = [\vec{V}_n, \ldots, \vec{V}_{n+r-1}]$. On a la relation matricielle commutative :

(5) $$M^n = M^1 M^{n-1}.$$

La suite des vecteurs adjoints peut être engendrée par la chaîne de Markoff M^1.

4. Dans le cas $\sum_1^r q^i = 1$, la méthode directe de M. Hadamard donne :

a. Si les exposants i des termes $q^i \neq 0$ sont premiers entre eux dans leur ensemble, la chaîne est régulière :

$$\lim_{n \to \infty} \vec{V}_n = \vec{W} \quad \text{et} \quad \lim_{n \to \infty} u_n = \vec{I}.\vec{W};$$

b. Si les exposants i des termes $q^i \neq 0$ admettent $d \neq 1$ comme plus grand commun diviseur, il existe d vecteurs d'accumulation $\vec{W}_\rho$,

$$\lim_{n \to \infty} \vec{V}_{nd+\rho} = \vec{W}_\rho \quad \text{et} \quad \lim_{n \to \infty} u_{nd+\rho} = \vec{I}.\vec{W}_\rho,$$

résultats conformes au principe pseudo-ergodique de Dœblin.

5. Plus généralement, soit la famille F des fonctions également convergentes représentées sur un ensemble E par :

$$f(M) = \sum_0^\infty a_n \varphi_n(M).$$

On y définit un ensemble renouvelé de fonctions par

(6) $$f_n(M) = q^1 f_{n-1}(M) + \ldots + q^r f_{n-r}(M).$$

Les r fonctions initiales $f_1(M), \ldots, f_r(M)$ sont complètement déterminées par la suite infinie des vecteurs initiaux $\{\vec{I}_n\}$ avec $\vec{I}_n = (a_n^1\, a_n^2, \ldots, a_n^r)$.

Dans ces conditions l'ensemble renouvelé de fonctions admet comme ensemble d'accumulation d fonctions et

$$\lim f_{nd+\rho}(M) = \sum \left(\vec{I}_n . \vec{W}_\rho\right) \varphi_n(M) \qquad (\rho = 1, 2, \ldots, d).$$

ÉLASTICITÉ. — *Petits mouvements vibratoires d'un corps élastique avec propagation de discontinuités du premier ordre.* Note de M. **André Charrueau**, présentée par M. Henri Villat.

1. Dans une Note récente (¹) M. Pailloux a étudié les *petits* mouvements vibratoires d'une barre élastique, pesante, d'abord placée verticalement sur un appui horizontal, que l'on enlève brusquement à l'instant initial. M. Pailloux, dont nous conserverons les notations, part de l'équation approchée des vibrations longitudinales d'une barre avec $a^2 = (E/P)$. Il traite le problème en utilisant une fonction U telle que $(\partial U/\partial t) = u$ et en faisant une hypothèse sur U. On peut le résoudre aussi, sans l'emploi de U, en se servant de l'intégrale générale de l'équation du mouvement sous la forme $F(x+at) + F_1(x-at)$.

Il est intéressant de voir comment ce problème particulier se rattache à la théorie générale des *petits* mouvements vibratoires d'un corps élastique avec *propagation de discontinuités du premier ordre*.

A l'instant initial, il se produit, à l'extrémité inférieure de la barre, deux discontinuités *du premier ordre*, l'une relative à la contrainte (²) $N_1 = E(\partial u/\partial x)$, l'autre relative à $\partial u/\partial t$. Ces discontinuités se *propagent* ensemble le long de la barre, avec la vitesse $-a$ dans les intervalles de temps $(0, l/a)$, $(2l/a, 3l/a)$, ... et avec la vitesse a dans les intervalles de temps $(l/a, 2l/a)$, $(3l/a, 4l/a)$, ... Dans le plan des (x, t), le point correspondant au *plan* de discontinuité parcourt des droites *caractéristiques* de l'équation des vibrations.

Quand la vitesse de propagation est égale à $-a$, les variations relatives à N_1 et à $\partial u/\partial t$ sont *constantes* et égales respectivement à $\rho g l$ et à gl/a. Quand la vitesse de propagation est égale à a, les dites variations sont *encore constantes* et égales respectivement à $-\rho g l$ et à gl/a.

Les dérivées secondes $\partial^2 u/\partial x^2$, $\partial^2 u/\partial x\, \partial t$, $\partial^2 u/\partial t^2$ ne présentent pas de discontinuité. Elles restent *constantes* et égales respectivement à $-\rho g/E$, 0 et $-g$.

2. Considérons le cas général des petits mouvements d'un corps élastique, isotrope ou non, avec propagation de discontinuités du premier ordre (³).

(¹) *Comptes rendus*, **229**, 1949, p. 1118.

(²) Les tensions sont comptées positivement.

(³) *Voir* Love, *A treatise on the mathematical theory of elasticity*, 1re édition, 1892-1893, vol. I, p. 134, ou 4e édition, 1934, volume unique, p. 298; Hadamard, *Leçons sur la propagation des ondes*, 1903, p. 244. Les travaux de Christoffel sont rappelés dans ces Ouvrages.

Soient ρ la masse spécifique, comme précédemment; S la surface de discontinuité à l'instant t; A un point de S; ω la vitesse de propagation de S en A; n la demi-normale de S en A dirigée dans le sens de la propagation; ξ la projection sur n de la vitesse, dans la déformation, de la particule placée en A; n_1 la contrainte normale sur un élément de S renfermant le point A. On démontre que les variations, $\delta\xi$ et δn_1, subies brusquement par ξ et n_1 sont telles que

$$\rho\omega\,\delta\xi = -\,\delta n_1. \tag{1}$$

Dans le cas particulier du paragraphe 1, les variations qui y sont indiquées satisfont bien à (1). On le voit immédiatement quand la vitesse de propagation est égale à a. On le vérifie, quand cette vitesse est égale à $-a$, en remarquant que le sens de la demi-normale n est alors opposé à celui de l'axe des x du paragraphe 1.

3. Revenons au cas général. Considérons la famille des surfaces S et la congruence Φ des *rayons*, c'est-à-dire des droites dont chacune perce les S en des points où leurs plans tangents sont parallèles. Soient (x_0, y_0, z_0) un point de la surface S_0 correspondant à $t=0$; l, m, n les cosinus directeurs de la demi-normale positive à S_0 en (x_0, y_0, z_0). On sait que ω est une fonction de l, m, n, indépendante du temps. Les équations des *rayons* données par Love dans l'édition de 1892-1893 de son Ouvrage doivent être rectifiées ([4]). On a, en réalité,

$$x - x_0 = lt\left[\omega - \left(l\frac{\partial\omega}{\partial l} + m\frac{\partial\omega}{\partial m} + n\frac{\partial\omega}{\partial n}\right)\right] + t\frac{\partial\omega}{\partial l} \tag{2}$$

et deux formules analogues pour $y - y_0$ et $z - z_0$. Dans ces trois formules, les dérivées doivent être calculées comme si l, m, n étaient indépendants. Les *développables* de la congruence Φ découpent un *réseau conjugué* sur chaque surface S. Une surface réglée quelconque appartenant à Φ découpe sur deux surfaces S quelconques deux courbes ayant la *même représentation sphérique* et, par suite, jouissant des propriétés signalées par nous dans un autre travail ([5]). Le rayon issu d'un point de S_0 est normal à S_0 dans le cas notamment où ce point correspond à un *extremum* de ω.

HYDRAULIQUE. — *A propos des souffleries à eau.*

Note (*) de M. **Léopold Escande**, transmise par M. Charles Camichel.

M. Sackmann a signalé ([1]) l'intérêt, pour l'étude des carènes et des corps immergés, d'une soufflerie à eau d'une structure particulière : la veine possède

([4]) Ce point n'a pas été traité dans l'édition de 1934 du dit Ouvrage.

([5]) *Bull. Sc. math.*, 2e série, 67, sept-oct. 1943, p. 176.

(*) Séance du 16 janvier 1950.

([1]) *Souffleries à eau. Essais de carènes et Recherches hydrodynamiques*, 73e Congrès

une certaine turbulence qui permet de réduire, dans un rapport voisin de 1 à 10, le nombre de Reynolds pour lequel devient turbulente la couche limite de la carène. Il serait tout à fait souhaitable qu'une telle soufflerie puisse être effectivement mise au point et que la turbulence de la veine se révèle sans inconvénient, par ailleurs. Il nous semble, toutefois, intéressant de signaler certaines possibilités plus restreintes d'ailleurs, offertes, pour une soufflerie à eau, par la veine issue d'une vanne de fond, possibilités dont nous avions envisagé, il y a une dizaine d'années, l'utilisation éventuelle.



Nous venions d'effectuer l'étude systématique de l'écoulement par vannes de fond, sur une série de modèles (²). L'un d'eux était constitué par une vanne plane à mince paroi, s'étendant sur toute la largeur de 4^m du grand canal du Laboratoire de Banlève : la distance verticale A entre le tranchant de l'arête et le fond horizontal du canal était de $0^m,398$, la charge totale amont H_1, au-dessus du fond, atteignait 3^m (*figure*).

Après une contraction rapide, la surface libre de la veine reste pratiquement parallèle au fond, à une distance 0,61 A de celui-ci, sur une certaine distance.

---

des Sociétés Savantes, Strasbourg, 1947 et *Souffleries à eau. Étude théorique et avant-projet* (*Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air*, nº 232, Paris, 1949).

(²) *Comptes rendus*, **205**, 1937, p. 409 et 649; **206**, 1938, p. 96, 164, 1166, 1447 et 1709; **207**, 1938, p. 667.

Dans cette zone, le mouvement s'effectue en bloc, avec la vitesse :

$$V = \sqrt{2g\,(H_1 - 0{,}61\,.A)}$$

dans toute la portion supérieure et dans la quasi-totalité de la veine liquide, qui pourrait donc être utilisée pour l'étude sur modèles des coques d'hydravions. Nous pourrions d'ailleurs aisément porter à près d'un mètre la levée de la vanne et donc à 0,60 m l'épaisseur de la veine, avec une vitesse atteignant 7,80 m/sec, en prélevant sur la Garonne un débit de 18 m^3/sec, par une utilisation plus complète des possibilités du canal d'expérience.

En fait, nous nous sommes heurté à certaines difficultés, provenant, en particulier, de la formation de stries mobiles et instables, parties de l'arête de la vanne et parallèles à la direction générale de l'écoulement.

Ce fait, joint à la longueur limitée de la zone utilisable de la veine, nous a fait abandonner, à l'époque, la recherche d'une solution qui nous avait tenté principalement dans la mesure où elle semblait, *a priori*, être à la fois très simple et parfaitement adaptée aux ressources particulières du canal de Banlève.

Toutefois, en raison du coût particulièrement élevé et des inconvénients des grands bassins d'essais de coques d'hydravions, il y aurait intérêt à reprendre ces recherches : installé sur une retenue d'usine hydraulique, dans des conditions relativement peu onéreuses, un dispositif basé sur le type de celui que nous avions étudié à Banlève et convenablement amélioré, permettrait la réalisation d'une veine de dimensions notables et de vitesse élevée, particulièrement commode pour l'étude des coques d'hydravions sur modèles réduits.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Méthodes d'intégration communes à la mécanique classique et à la mécanique ondulatoire.* Note (*) de M. **Robert Faure**, présentée par M. Louis de Broglie.

Soit une fonction $\Psi(q_1, q_2, \ldots q_n; \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k)$, définie à un facteur près, de n variables et dépendant de k constantes réelles $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k$ $(k \leq n)$ Ψ est une solution d'une équation aux dérivées partielles homogènes $E(\lambda)$, Ψ pouvant satisfaire en outre à certaines conditions, E ainsi que les diverses constantes $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k(\lambda)$ dépendant d'un paramètre λ.

Chacune des constantes peut être déterminée en fonction des dérivées partielles $\partial\Psi/\partial q_1$ $\partial\Psi/\partial q_i$ et de la fonction Ψ, on peut donc écrire

$$\alpha_i = f\left(\frac{\partial\Psi}{\partial q_k}, \Psi\right) \qquad (q_1, q_2, \ldots, q_n).$$

La constante α_i n'étant pas modifiée par le changement de Ψ en $k\Psi$, peut s'exprimer uniquement en fonction des dérivées logarithmiques $(\partial\Psi/\partial q_i)/\Psi$,

---

(*) Séance du 9 janvier 1950.

par suite si l'on pose $\Psi = a\,e^{i(\varphi/\lambda)}$ a et φ étant réelles on a

$$\alpha_i(\lambda) = f\left(\frac{\frac{\partial a}{\partial q_i}}{a} + \frac{i}{\lambda}\frac{\partial \varphi}{\partial q_i}\right) \qquad (q_1, q_2, \ldots, q_n),$$

soit encore

$$\alpha_i(\lambda) = \mathrm{F}\left(\frac{\lambda\frac{\partial a}{\partial q_i}}{a} + i\frac{\partial \varphi}{\partial q_i}\right) \qquad (q_1, q_2, \ldots, q_n).$$

Si cette égalité ou une équivalente peut être maintenue lorsque λ tend vers zéro, la fonction φ tendant vers une fonction limite φ_l, les dérivées logarithmiques $(\partial a\, \partial q_i)/a$ demeurant bornées on obtiendra à la limite

$$\mathrm{F}(\partial f_e/\partial q_i, q_1, q_2, \ldots, q_n) = \alpha_i(0),$$

égalité portant uniquement sur les dérivées de la fonction limite et les coordonnées, l'indice i pouvant prendre toute une partie des valeurs de 1 à n. On a une intégrale première pour la fonction φ_l. Ceci correspond à l'approximation de l'optique géométrique. Lorsque *a priori* on est sûr de l'existence de F, on peut conclure :

THÉORÈME. — *Pour les systèmes à liaisons et à potentiel indépendants du temps, tout procédé d'intégration de la Mécanique classique conduisant à l'intervention de constantes ne peut être étendu à la Mécanique ondulatoire pour la détermination des fonctions propres que s'il fournit une intégrale première en Mécanique classique. Cette condition n'est pas suffisante.*

Ce résultat concorde avec celui que nous avions obtenu en étudiant la méthode de séparation des variables de Liouville [1] ainsi qu'avec les méthodes d'intégration de problème simple de Mécanique ondulatoire où interviennent des opérateurs intégrales premières incomplets qui donnent lieu à la séparation des variables dans l'équation d'onde. On constate également que le nombre de constantes d'intégration indépendantes qui figurent dans la fonction d'onde (fonction propre normée) est au plus égale au nombre des intégrales premières du Problème de Mécanique Classique.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur la diffusion des mésons π par les nucléons.* Note de MM. **MAURICE JEAN** et **JACQUES PRENTKI**, présentée par M. Louis de Broglie.

Dans un précédent travail [1] nous avons étudié l'application de la théorie

---

(1) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 1032-1033; 226, 1948, p. 1506-1508.

(1) M. JEAN et J. PRENTKI, *Comptes rendus*, 229, 1949, p. 171; *Jour. Phys.* (sous presse).

de Tomonaga ([2]), Schwinger ([3]), Dyson ([4]), au cas de l'interaction entre le champ mésique pseudoscalaire et le champ de nucléons. Par la transformation de Schwinger ([3]) nous avons déduit l'hamiltonien du second ordre dans la représentation d'interaction, où le couplage direct ne figure plus et dans lequel on peut discerner différents termes. L'étude de celui qui est responsable des forces nucléaires montre l'équivalence des couplages pseudoscalaire et pseudovectoriel pour les collisions nucléon-nucléon [transformation de Dyson ([5])].

L'autre effet observable du deuxième ordre est l'effet Compton mésique auquel nous nous intéresserons maintenant en utilisant la théorie symétrique de Kemmer. On calcule l'élément de la matrice S pour le phénomène considéré, soit à partir de l'hamiltonien du second ordre suivant Schwinger, soit directement suivant Dyson. On en déduit la section efficace différentielle dans un système de référence quelconque

$$(1)\qquad dQ = \frac{1}{(4\pi)^2}\,\frac{\left|\vec{q}'\right|^2 \left\{ 2(Mp + L\varkappa_N)(Mp' + L\varkappa_N) - (pp' + \varkappa_N^2)(M^2 + L^2) \right\}}{\sqrt{(\vec{p}q_0 - \vec{q}p_0)^2 - (\vec{p}q_0 \wedge \vec{q}p_0)^2}\,\left|(\vec{q}'p'_0 - \vec{p}'q'_0)\vec{e}'\right|}\,d\Omega,$$

où $q = (\vec{q}, iq_0)$, p, q', p' sont les quadrivecteurs énergie impulsion des mésons et nucléons incidents et diffusés, $\vec{e}'$ est le vecteur unité dans la direction $\vec{q}'$,

$$L = A\frac{\xi + \eta}{2}, \qquad M = B\{\xi q Q - \eta q' Q'\} + C\frac{\xi - \eta}{2}(q + q');$$

$$Q = \frac{1}{(p+q)^2 + \varkappa_N^2}, \qquad Q' = \frac{1}{(p - q')^2 + \varkappa_N^2};$$

$$A = \frac{2(2+g)f_1 f_2}{\hbar c \varkappa}, \qquad B = -\frac{(1+g)^2 f_1^2}{\hbar c}, \qquad C = \frac{f_2^2}{\hbar c \varkappa^2}, \qquad g = \frac{2\varkappa_N}{\varkappa}\,\frac{f_2}{f_1};$$

où $\varkappa$ et $\varkappa_N$ sont les masses réduites du méson et du nucléon, f_1 et f_2 les constantes des couplages pseudoscalaire et pseudovectoriel. Les ξ et η sont donnés par le tableau suivant :

Transition.	ξ.	η.
$Y^0 + N(P) \to Y^0 + N(P)$	1	1
$Y^0 + N(P) \rightleftharpoons Y^{-(+)} + P(N)$	$+(-)\sqrt{2}$	$-(+)\sqrt{2}$
$Y^{+(-)} + P(N) \to Y^{+(-)} + P(N)$	0	2
$Y^{+(-)} + N(P) \to Y^{+(-)} + N(P)$	2	0

A partir de (1), en se plaçant dans le système du centre de gravité, on

([2]) Sin-Itiro Tomonaga et coll., *Prog. Theor. Phys.*, 1946-1948 (*passim*).

([3]) *Phys. Rev.*, 74, 1948, p. 1439 et 75, 1949, p. 651.

([4]) *Phys. Rev.*, 75, 1949, p. 486 et 1736.

([5]) E. C. Nelson, *Phys. Rev.*, 60, 1941, p. 830; F. J. Dyson, *Phys. Rev.*, 73, 1948, p. 929; L. van Hove, *Phys. Rev.*, 75, 1949, 1519.

obtient la section efficace totale

$$Q = \frac{1}{32\pi(p_0+q_0)^2}\Bigg\{ B^2\left[\frac{4\beta}{\alpha^2}\xi^2 + \left(4 + \frac{\varkappa^4}{\alpha\vec{q}^2}\operatorname{Log}\frac{\delta+2\vec{q}^2}{\delta-2\vec{q}^2}\right)\xi\eta + \left(\frac{2\varkappa^4}{\delta^2-4\vec{q}^4} + \frac{\alpha}{2\vec{q}^2}\operatorname{Log}\frac{\delta+2\vec{q}^2}{\delta-2\vec{q}^2}\right)\eta^2\right]$$
$$+ BA(\xi+\eta)\varkappa_N\left[\frac{4\gamma}{\alpha}\xi + \left(2 + \frac{\alpha}{2\vec{q}^2}\operatorname{Log}\frac{\delta+2\vec{q}^2}{\delta-2\vec{q}^2}\right)\eta\right]$$
$$- 2BC(\xi-\eta)\left[\frac{4\beta}{\alpha}\xi + \left(2\alpha + \frac{\varkappa^4}{2\vec{q}^2}\operatorname{Log}\frac{\delta+2\vec{q}^2}{\delta-2\vec{q}^2}\right)\eta\right]$$
$$+ A^2(\xi+\eta)^2\varepsilon + 4C^2(\xi-\eta)^2\beta - 4AC\varkappa_N(\xi^2-\eta^2)\gamma\Bigg\},$$

où

$$\alpha = \gamma + q_0^2, \qquad \beta = \vec{q}^2\delta + 2p_0^2q_0^2, \qquad \gamma = \vec{q}^2 + 2p_0q_0;$$
$$\delta = \gamma - q_0^2, \qquad \varepsilon = \vec{q}^2 + 2\varkappa_N^2.$$

A partir de ces formules on trouve la section efficace dans le cas extrêmement non relativiste $\left[\text{on néglige le recul du nucléon } \left(|\vec{q}| \ll \varkappa_n\right)\right]$ qui dépend uniquement de $[(\xi-\eta)/2]^2$.

Le cas extrêmement relativiste $\left(|\vec{q}| \gg \varkappa_n > \varkappa\right)$ se discute aisément. Dans l'hypothèse $f_2 = 0$, on trouve que la probabilité de diffusion des mésons chargés sans échange de charge est beaucoup plus petite que celle de diffusion en méson neutre quand cette dernière est permise par la conservation de la charge. Les sections efficaces pour les deux types de diffusion dans le cas d'un méson neutre incident sont du même ordre. Au contraire si l'on suppose $f_1 = 0$ la diffusion d'un méson neutre en méson neutre est beaucoup moins probable que sa diffusion en méson chargé. Par contre les probabilités de diffusion d'un méson chargé avec ou sans échange de charge sont du même ordre.

Il faut insister sur le fait que pour la diffusion des mésons pseudoscalaires par des nucléons, les couplages pseudovectoriel et pseudoscalaire ne sont pas équivalents et qu'il n'est donc pas légitime de supprimer le terme en $P_\mu(\partial\psi/\partial x_\mu)$ dans l'hamiltonien du premier ordre en rajustant simplement la constante f_1. La catastrophe ultraviolette subsiste dans ce problème. D'autre part, le calcul des corrections radiatives, qui peuvent dans le cas du méson pseudoscalaire jouer un rôle important, pose alors des difficultés non rencontrées en électrodynamique quantique, le terme $P_\mu(\partial\psi/\partial x_\mu)$ introduisant des divergences qui ne semblent pas être de simples renormalisations de masses et des constantes de couplage.

ASTROPHYSIQUE. — *Sur l'assombrissement centre-bord du Soleil entre* 6700 *et* 23000 Å. Note (*) de M. **Roger Peyturaux**, présentée par M. André Danjon.

Les seules mesures que nous possédions à l'heure actuelle sur l'assombrissement centre-bord du Soleil entre 6700 et 23000 Å sont celles d'Abbot (1908) qui vont jusqu'à 20000 Å et celles d'Abbot (1913) qui s'arrêtent à 10000 Å.

De plus, entre 10000 et 20000 Å, cet auteur n'a fait les mesures que pour quatre longueurs d'onde.

De nouvelles mesures s'avéraient indispensables pour connaître l'absorption de la photosphère dans le domaine spectral indiqué.

Nous avons entrepris une nouvelle série de mesures en utilisant les cellules au sulfure de plomb. Ces cellules chimiques fabriquées à l'Observatoire de Paris étaient refroidies dans la neige carbonique.

Le dispositif comprenait un sidérostat suivi d'un miroir concave qui formait une image de 30^{mm} sur la fente d'un monochromateur.

La tension aux bornes de la cellule était amplifiée par un amplificateur sélectif accordé sur 130 p/sec. Un secteur tournant modulait la lumière à cette fréquence.



Fig. 1.

Nous avons réalisé les enregistrements en laissant le Soleil se déplacer naturellement devant la fente. Le monochromateur était incliné pour que la fente soit perpendiculaire au sens du déplacement de l'image.

Nous avons choisi les longueurs d'onde fenêtres sur le fond continu en enregistrant un spectre point par point. Malheureusement notre monochromateur avait une résolution assez médiocre, et nous ne sommes pas certain d'avoir complètement éliminé les raies dangereuses.

Résultats. — La figure 1 montre un enregistrement obtenu pour $\lambda = 6790$ Å.

Les résultats sont représentés sur la figure 2. Chaque courbe donne la variation de I_{bord}/I_{centre} en fonction de λ pour une distance au centre donnée. Nous avons pu mesurer des points jusqu'aux 98/100 du rayon solaire.

(*) Séance du 2 janvier 1950.

L'erreur probable s'échelonne entre 0,001 et 0,004 quand on passe de la courbe 0,3 à la courbe 0,98.

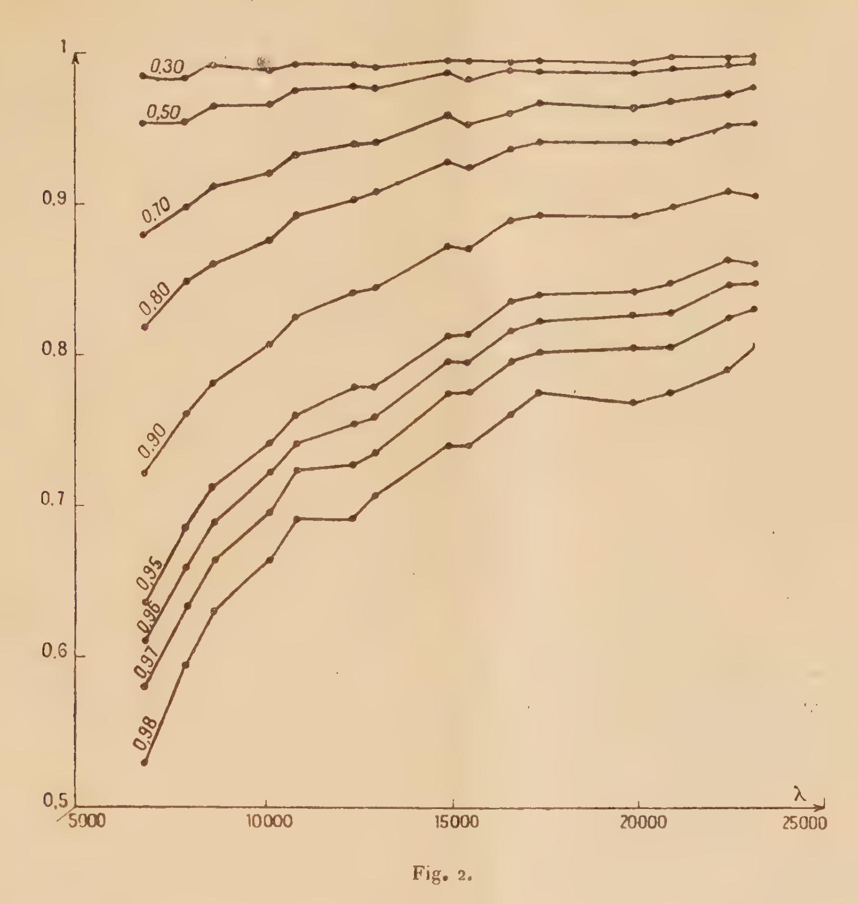


Fig. 2.

On remarque divers accidents qui se reproduisent sur toutes les courbes. Seulement, pour la raison indiquée plus haut, nous ne sommes pas certain qu'ils soient dus uniquement aux propriétés du fond continu.

Une nouvelle série de mesures a été décidée avec un spectrographe à meilleure résolution afin de confirmer ou d'infirmer ces particularités.

THÉORIE DES PROJECTIONS. — *Sur une nouvelle famille de planisphères conformes permettant de représenter la Terre à l'intérieur d'un contour fermé quasi elliptique.* Note (*) de M. **André Gougenheim**, présentée par M. Donatien Cot.

1. Nous réserverons le nom de planisphère aux systèmes représentant d'un seul tenant la surface entière de la sphère terrestre à l'intérieur d'un

(*) Séance du 9 janvier 1950.

contour fermé. En prenant comme point central le point d'intersection de l'équateur et du méridien 0°, en faisant correspondre l'axe des Y à ce dernier et l'axe des X à l'équateur, le contour limite représente le méridien de 180°; c'est une ligne singulière des projections puisqu'à tout point de ce méridien correspondent deux points du plan.

Nous appellerons L et M la latitude et la longitude d'un point de la sphère, $\mathcal{L}$ sa latitude isométrique, X et Y les coordonnées planes de sa projection, et nous poserons

$$\mathfrak{Z} = \mathcal{L} + iM \qquad Z = Y + iX \qquad \bar{Z} = Y - iX.$$

2. Oscar S. Adams a indiqué [1] les planisphères conformes admettant pour contour une ellipse allongée suivant l'axe des X. Mais, le maniement en est laborieux en raison de la présence de fonctions elliptiques. Or, comme des systèmes conformes limités par des courbes de formes voisines présentent très sensiblement les mêmes propriétés sous réserve qu'ils n'admettent pas de points critiques à l'intérieur du contour, si l'on peut trouver une courbe fermée à peu près elliptique et définie analytiquement par des fonctions plus appropriées, on en déduira des planisphères conformes analogues à ceux d'Adams et d'un emploi plus simple.

3. Dans la projection conforme de Gauss, les parallèles ont pour transformées des courbes fermées admettant deux axes de symétrie et figurant des ellipses presque parfaites tant que leurs axes ne sont pas trop différents. En prenant le pôle comme origine des coordonnées planes, l'équation du parallèle de colatitude λ s'écrit

$$\cos Y = \cos\lambda \, \mathrm{ch}\, X.$$

Pour trouver le planisphère conforme, tel que nous l'avons défini plus haut, et admettant pour contour cette courbe, dans l'équation de laquelle nous remplaçons la colatitude λ par un simple paramètre α, nous nous appuierons sur le fait qu'un planisphère conforme défini par la relation

$$f(Z) = \mathrm{th}\,\frac{\mathfrak{Z}}{4}$$

admet pour contour (M = 180°) la courbe

$$f(Z)\,f(\bar{Z}) = 1.$$

L'équation du contour donné s'écrivant

$$\cos\alpha = \frac{\cos Y}{\cos iX},$$

on en tire

$$\mathrm{tg}^2\frac{\alpha}{2} = \frac{\cos iX - \cos Y}{\cos iX + \cos Y} = \mathrm{tg}\,\frac{Z}{2}\,\mathrm{tg}\,\frac{\bar{Z}}{2};$$

(1) Oscar S. Adams, *Elliptic functions applied to conformal world maps* (*Publ. spéc.*, n° 112 de l'*U. S. Coast and Geodetic Survey*, Washington, 1925).

et la projection cherchée est définie par la relation

$$\operatorname{tg}\frac{Z}{2} = \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\operatorname{th}\frac{\tilde{\zeta}}{4},$$

Pour avoir l'échelle 1 au point central, nous l'écrirons

$$\operatorname{tg}\left(\frac{Z}{4}\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\right) = \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\operatorname{th}\frac{\tilde{\zeta}}{4} \qquad \text{avec} \quad \alpha < 90^\circ.$$

Cette famille de projections a pour limite, lorsque α est nul, la projection sphérique conforme de Lagrange à contour circulaire.

4. Il est facile d'établir pour ces représentations les formules de transformation de coordonnées, ainsi que celles exprimant l'échelle en un point. On peut aussi obtenir simplement les relations permettant de tracer les courbes d'égale altération linéaire (*fig.* 1).

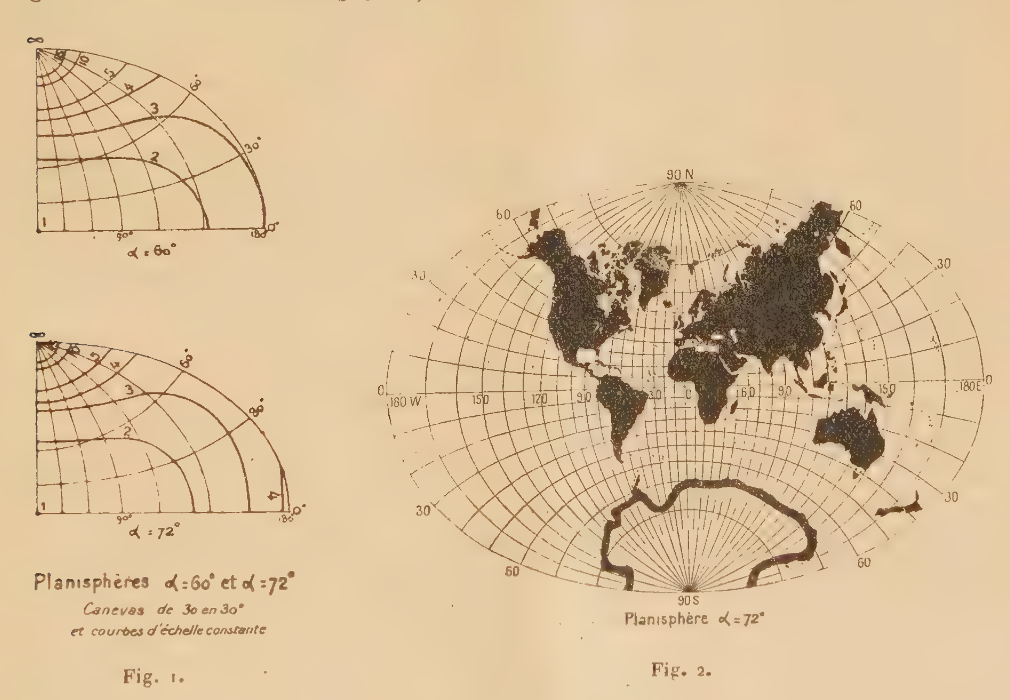


Fig. 1. Fig. 2.

L'étude des variations de l'échelle sur le contour permet de se rendre compte de la disposition du réseau de ces courbes et de mettre en évidence deux valeurs particulières de α, l'une, 60°, à partir de laquelle l'échelle sur le contour présente un minimum entre l'équateur et le pôle, l'autre, 72°, pour laquelle ce minimum passe par un maximum (*fig.* 2). Les projections correspondant à ces valeurs singulières sont particulièrement intéressantes pour la pratique.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Une image classique des effets de matérialisation et dématérialisation.* Note (*) de M. **Félix Joachim Wiśniewski**, présentée par M. Louis de Broglie.

Dans cette Note on donnera une image électromagnétique classique des effets de matérialisation et dématérialisation.

Dans ce but on doit introduire une particule théorique. En 1911, L. Silberstein [1] a envisagé la possibilité d'existence d'une particule construite avec deux électrons de signe contraire qui se pénètrent. Il a calculé la masse totale de nature électromagnétique en ne considérant que le champ électrique de chaque particule.

Ici l'on envisage la possibilité d'une pareille particule composée de deux électrons de signe contraire et l'on calcule sa masse totale en tenant compte aussi des champs magnétiques dus aux moments magnétiques des électrons.

On a fait les calculs en supposant que les deux électrons se pénètrent partiellement.

On doit distinguer deux cas :

1° quand les moments magnétiques $\mu_{\perp}$ des deux particules (électrons) sont perpendiculaires à la direction du mouvement que l'on admet être parallèle à l'axe des centres des deux électrons.

2° quand les moments magnétiques $\mu_{\parallel}$ sont parallèles à la ligne des centres.

Au premier cas, correspond la masse [2]

$$m = \frac{e^2}{4c^2\rho^2}\,l + \frac{1}{2}\mu_{\perp}^2\left(\frac{l}{\rho^4} - \frac{l^3}{16\rho^6}\right)\frac{1}{c^2},$$

qui s'annule si les deux électrons se pénètrent complètement ($l = 0$). Les moments magnétiques sont opposés.

Dans le second cas, on doit distinguer deux possibilités *a* et *b*.

La possibilité *a* est caractérisée par une orientation identique des deux moments magnétiques. Sa masse est donnée par l'expression

$$m = \frac{2\mu_{\parallel}^2}{5e^2\rho^3} - \frac{e^2}{4c^2\rho^2}\,l - \mu_{\parallel}^2\left(\frac{3l}{4\rho^4} - \frac{l^3}{16\rho^6}\right)\frac{1}{c^2},$$

elle ne s'annule pas pour $l = 0$.

La possibilité *b* est caractérisée par une orientation opposée des deux

(*) Séance du 28 novembre 1949.

[1] *Elektryczność i Magnetyzm.*

[2] Dans les formules citées, ρ désigne le rayon commun de chaque électron; l, la distance des deux centres ($l < 2\rho$); e, la charge de chaque électron et c, la vitesse de la lumière.

moments magnétiques. La masse correspondante est

$$m = -\frac{b^2}{4c^2\rho^2}l + \mu_{\parallel}^2\left(\frac{3l}{4\rho^4} - \frac{l^3}{16\rho^6}\right)\frac{1}{c^2}.$$

Pour $l = 0$ la masse est nulle.

Il suit de là que seulement la seconde possibilité est stable. Les deux états stables sont caractérisés par la masse totale nulle et les moments magnétiques des deux électrons composants opposés.

Pour $l > 0$ on a une pénétration incomplète. Alors la masse est différente de zéro, le moment magnétique résultant est nul et au point de vue électrique la particule est assimilable à un dipôle.

Comme cette particule n'a ni masse, ni charge, ni moment magnétique elle ne peut être discernée expérimentalement. Elle a une existence théorique comme tant d'autres particules.

On peut l'admettre à condition qu'elle nous permettra d'expliquer des faits expérimentaux.

En effet en l'admettant on peut former une image classique des effets de matérialisation et dématérialisation.

La dématérialisation de deux électrons de signe contraire consistera dans l'apparition de la nouvelle particule à la suite d'une rencontre de deux électrons de signe opposés avec émission de l'énergie.

La matérialisation d'un quantum d'énergie consistera dans la séparation de la nouvelle particule à la suite d'un choc entre le quantum d'énergie et la nouvelle particule en deux électrons de signe contraire. L'énergie nécessaire pour la séparation de la nouvelle particule est fournie par le quantum même.

A cause de ceci le quantum de l'énergie ne peut être plus petit que l'énergie des champs des deux électrons de signe contraire situés à distance infinie l'un de l'autre.

La supposition d'une telle particule s'impose d'elle-même car sans elle il est absolument impossible de rendre compte non seulement des effets de matérialisation et dématérialisation, mais aussi de l'apparition des charges toujours de mêmes grandeurs, et même on ne peut rendre compte de l'apparition des charges en général dans les effets de matérialisation.

De même la valeur constante de l'énergie qui se matérialise n'est pas compréhensible sans la nouvelle particule, car il n'y a aucune contradiction à admettre que chaque quantum d'énergie puisse se matérialiser.

CHALEUR. — *Procédé approché de calcul de la répartition de la température sur les disques et ailettes des turbines à gaz.* Note (*) de M. **David Sochat**, présentée par M. Gustave Ribaud.

Pour pouvoir calculer les tensions thermiques dans une turbine à gaz, il faut

(*) Séance du 16 janvier 1950.

connaître la répartition de la température sur le disque et les ailettes. Le présent procédé s'applique au cas général d'un disque à profil variable, plein ou alésé, portant des ailettes à section variable, avec ou sans ruban, et permet de tenir compte de la variable du coefficient de convection avec la vitesse et éventuellement de sa variation et de celle de la conduction thermique avec la température et la nature des métaux composant ces pièces.

Dans un Mémoire en cours de publication, M. Thiery aborde le problème sous la forme suivante : écoulement de chaleur unidimensionnel, débit limité de l'air, coefficient de convection constant, continuité du gradient de température à la jonction de deux tranches consécutives. Ceci conduit pour chaque tranche aux équations suivantes, respectivement pour les ailettes et le disque (y étant la température, x le rayon, a, b et m des constantes) :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{m}{x}y \qquad \text{et} \qquad \frac{d^2y}{dx^2} = ax^by$$

donnant, la première, des fonctions de Bessel et de Hankel d'ordre 0 et 1 et, la seconde, les mêmes fonctions mais d'ordre en général fractionnaire et variable avec les données du problème et d'une tranche à l'autre.

Pour la résolution, dans le cas des ailettes on peut se servir des tables jusqu'à l'argument 10 et, au delà, du développement asymptotique approché. Pour le disque, du fait de l'impossibilité de calculer à l'avance des tables de ces fonctions, on doit se servir des développements asymptotiques.

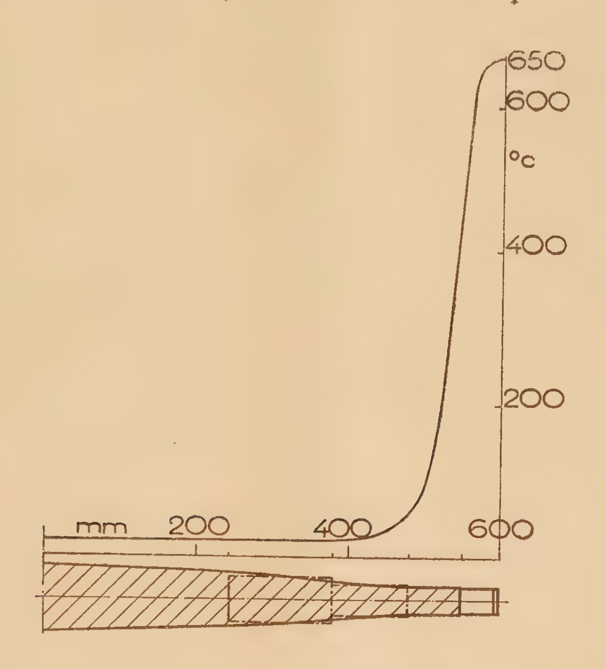
Nous avons été amené, de notre côté, à entreprendre la même étude sous la forme suivante : écoulement de chaleur unidimensionnel, débit illimité de l'air, coefficient de convection variable avec la vitesse des gaz et de l'air entraîné par le mouvement du disque, tranches à section constante. Cette façon de poser le problème nous a conduit aux équations suivantes :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = a^2y \qquad \text{et} \qquad \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{x}\frac{dy}{dx} - b^2y = 0$$

donnant, la première, pour les ailettes, des fonctions hyperboliques et, la deuxième, pour le disque, des fonctions de Bessel modifiées de première et deuxième espèce, d'ordre 0 et 1. L'argument ax des fonctions hyperboliques et l'argument bx des fonctions de Bessel ci-dessus sont la racine carrée des nombres de Biot-Nusselt correspondant aux cas en question. Pour la résolution nous utilisons des tables existantes. Connaissant la répartition de la température sur le disque, pour un débit d'air infini, il est facile de calculer l'échauffement de l'air en fonction d'un débit limité donné D. Il s'exprime par $\Delta t = A/D$, où A est un coefficient résultant des données numériques du problème. Ayant calculé cet échauffement, on peut corriger facilement la courbe des températures sur le disque et les ailettes, en changeant son échelle dans le rapport du nouvel excès de la température des gaz sur celle de l'air à l'ancien. La courbe

réelle des températures se trouvera entre ces deux courbes. On aura ainsi immédiatement l'influence du débit D sur les températures du disque et des ailettes.

Des applications numériques effectuées pour des cas concrets permettent de chiffrer l'influence des diverses données physiques et de celles du tracé du disque et des ailettes sur les températures aux divers endroits de ces pièces. On constate une baisse rapide de la température sur les ailettes et une baisse très rapide, suivant une allure genre exponentielle, sur le disque.



A titre d'exemple, la courbe jointe a été calculée pour les conditions principales suivantes : Température des gaz 650°C; température de l'air à débit infini 20°C; vitesse de rotation de la turbine 3 000 t/min; 144 ailettes à section constante avec ruban (l'influence du ruban est d'ailleurs négligeable), refroidissement du disque sur la moitié extérieure environ de son rayon.

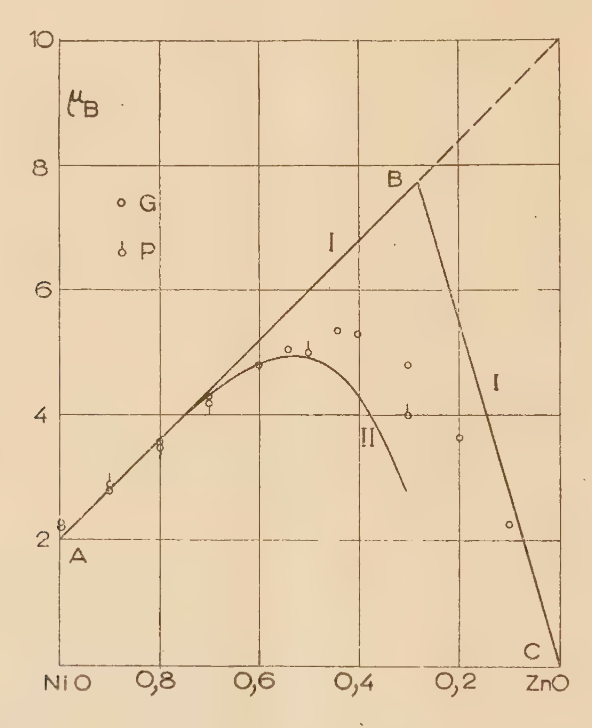
MAGNÉTISME. — *Aimantation à saturation des ferrites mixtes de nickel et de zinc.* Note (*) de M. **Louis Néel**, présentée par M. Aimé Cotton.

Pour interpréter le moment moléculaire à saturation M_s des ferrites mixtes de nickel et de zinc Fe_2O_3, xNiO, $(1-x)$ZnO, nous supposons, en accord avec les travaux de Verwey et de ses collaborateurs ([1]), que le nickel est

(*) Séance du 16 janvier 1950.

([1]) E. J. W. Verwey et E. H. Heilmann, *J. Chem. Physics*, 15, 1947, p. 174.

situé sur les sites octaédriques B et le zinc sur les sites tétraédriques A et que les moments magnétiques des ions situés en A sont dirigés en sens inverse des moments des ions situés en B ([2]). Il en résulte que le remplacement d'un ion Ni^{++}, de moment égal à $2\mu_B$ (μ_B = magnéton de Bohr) en négligeant le moment orbital, par un ion Zn^{++} de moment nul est accompagné du déplacement d'un ion Fe^{+++} de A en B, avec retournement de son moment égal à $5\mu_B$: la variation totale de moment est de $(2 \times 5) - 2 = 8\mu_B$. La tangente à la courbe $M_s = f(x)$ doit ainsi s'extrapoler vers $10\mu_B$ pour $x = 0$, conformément à l'expérience, comme le montre la figure où sont reportées en G et en P les valeurs expérimentales de C. Guillaud ([3]) et de E. W. Gorter ([4]). Ce dernier a trouvé des vérifications analogues pour plusieurs autres séries de ferrites mixtes.



Du côté riche en zinc, il ne reste bientôt plus assez d'ions Fe^{+++} sur les sites A pour saturer en sens inverse les sous-réseaux A et B, en présence des interactions négatives BB. On passe ainsi du type Q au type R d'aimantation, décrit dans le paragraphe 11 d'une publication antérieure, avec $M_s = -M_a[1 + (1/\beta)]$, où M_a est le moment à saturation des ions situés en A, c'est-à-dire ici $5x\mu_B$ et où β est le coefficient réduit de champ moléculaire relatif aux interactions BB.

([2]) L. Néel, *Ann. de Physique*, **3**, 1948, p. 137.

([3]) *Comptes rendus*, **229**, 1949, p. 1133.

([4]) *Comptes rendus*, **230**, 1950, p. 190.

L'étude des propriétés paramagnétiques des mêmes ferrites mixtes nous a déjà donné [5] $\beta = -0,15$. On obtient ainsi la droite théorique BC. L'allure de la ligne brisée ABC donne bien l'allure de la variation expérimentale de M_s.

Aux concentrations moyennes, les écarts proviennent de l'insuffisance de l'approximation du champ moléculaire. Les moments des ions situés en B sont en effet dirigés dans le sens de M_s par les six ions A voisins. Si le hasard fait que ces six ions soient tous des ions Zn, non magnétiques, l'ion B n'est plus soumis qu'aux actions de ses six voisins B qui tendent à diriger son moment en sens inverse de M_s. On montre de même, compte tenu des valeurs de n, α, β [5], que l'action d'orientation d'un seul ion magnétique parmi les six voisins A est à peu près compensée par l'action d'orientation en sens inverse produite par les six voisins B, de sorte que le moment de l'ion B se comporte comme celui d'un ion libre et n'est pas saturé par le champ d'aimantation. La saturation devient normale lorsqu'il y a au moins deux ions magnétiques parmi les six voisins A. En supposant les ions Zn répartis au hasard sur les sites A, on peut calculer les probabilités des différentes configurations et les corrections à apporter aux valeurs de M_s. On obtient ainsi la courbe II qui se rapproche beaucoup des points observés.

En résumé, la théorie du *ferrimagnétisme* permet d'interpréter d'une manière satisfaisante l'aimantation à saturation des ferrites mixtes de nickel et de zinc.

ÉLECTRONIQUE. — *Caractéristiques des transistors.*

Note de MM. **Pierre Aigrain** et **Claude Dugas**, présentée par M. Jean Cabannes.

Dans deux Notes précédentes, un des auteurs a indiqué un modèle pour les redresseurs au germanium et les transistors qui s'accordait bien avec l'expérience en ce qui concerne les caractéristiques de ces appareils pour des voltages inverses modérés et lorsque le courant d'émetteur est nul.

Nous avons étendu les calculs aux cas où le courant d'émetteur n'est pas nul. On démontre sans peine que la plus grande partie du courant direct est formé de trous ainsi qu'il résulte des études de Shockley [1]. Les trous émis par l'émetteur peuvent traverser la barrière de potentiel au voisinage du collecteur et augmenter ainsi le courant de collecteur, mais l'augmentation du courant de collecteur est en réalité plus forte que le courant d'émetteur par un facteur de 2 ou 3, exceptionnellement 10, ce que les théories précédentes du transistor sont incapables d'expliquer [2].

Dans le modèle envisagé, la résistivité de la couche superficielle est en réalité beaucoup plus forte que celle que l'on calculerait pour un semi-conducteur

---

(5) L. Néel et P. Brochet, *Comptes rendus*, **230**, 1950, p. 280.

(1) *Bell. System. Tech. Jour.*, n° **3**, 1949, p. 435.

(2) *Phys. Rev.*, **75**, 1948, p. 1208.

en équilibre, à cause de la diffusion des électrons libres présents dans cette couche vers l'intérieur du semi-conducteur. Nous avons calculé que la résistivité moyenne de la couche pouvait atteindre 10 fois la valeur d'équilibre, car le nombre de trous positifs libres décroît également pour satisfaire aux équations de charge d'espace.

Si le courant d'émetteur n'est pas nul, il y aura un courant de trous qui se dirigera de l'émetteur vers une certaine région de la barrière de potentiel au voisinage du collecteur. Nous avons supposé que cette région était un cercle centré sur le collecteur, ce qui serait exactement le cas pour les transistors à structure co-axiale et ne diffère que peu de la réalité pour les autres structures. Dans la masse du semi-conducteur, en face de cette région la densité de trous et d'électrons est beaucoup plus grande que normale. On trouve alors que le courant qui traverse la barrière est formé exclusivement de trous positifs venant de la masse du semi-conducteur et que ce courant diffère peu de la valeur d'équilibre. La région superficielle a alors au plus la résistivité d'équilibre, beaucoup plus faible que celle observée sans courant d'émetteur, au voisinage de la pointe du collecteur. En tenant compte du courant latéral dans la région superficielle, on trouve que le courant de collecteur i_c correspondant à un courant d'émetteur i_e dans un transistor où la résistance superficielle est R, est donné par

$$\frac{2\pi V}{R i_1} = 1 - x + x \log x \qquad \left(x = \frac{i_c}{i_1}\right),$$

avec

$$\frac{i_e - i_1}{i_c - i_1} = g e^{+\frac{k}{i_e}},$$

où g est une constante du transistor comprise entre 0 et 1, et qui dépend en particulier de l'épaisseur de la couche et de la raideur de la transition *np*. Le facteur $e^{+\frac{k}{i_e}}$ est destiné à tenir compte de la recombinaison des trous et électrons dans la masse du semiconducteur.

Ordinairement : $k \simeq 0{,}1$ mA.

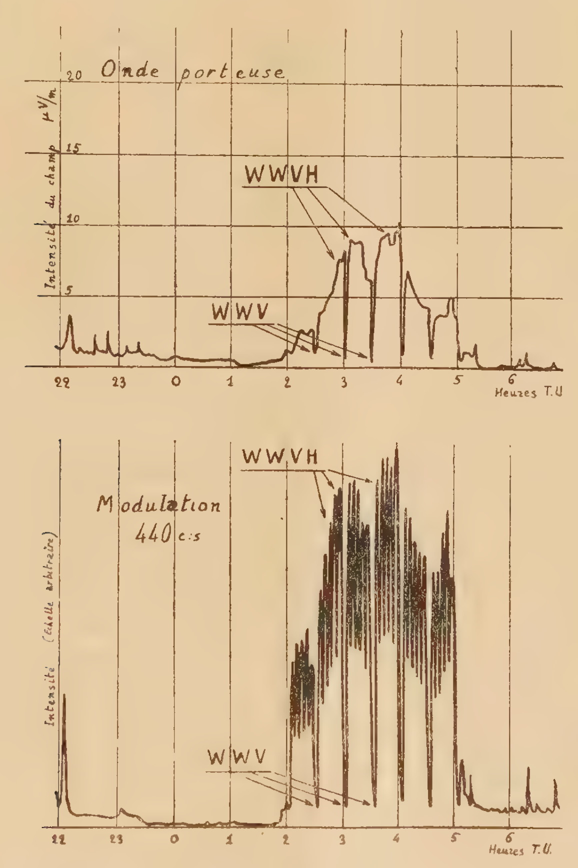
Les formules précédentes ont été vérifiées expérimentalement avec une excellente précision et permettent de rendre compte entièrement du gain de courant des transistors.

RADIOÉLECTRICITÉ. — *Étude de la propagation des ondes décamétriques au moyen des émissions de fréquence-étalon.* Note de MM. **Bernard Decaux**, **Michel Barré** et **Gérard Bertaux**, présentée par M. Pierre Lejay.

Deux Notes précédentes [1] ont attiré l'attention sur les modifications de la fréquence des ondes décamétriques par effet Doppler au cours de leur propa-

(1) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 328 et 227, 1948, p. 116.

gation, observées sur les émissions de fréquences-étalon de Washington WWV. Depuis cette époque, le National Bureau of Standards a mis en service une station expérimentale située dans l'une des Iles Hawaï, émettant en même temps que Washington exactement sur trois des fréquences de ce dernier (5, 10 et 15 Mc/sec). Ces émissions simultanées apportent un élément nouveau de première importance dans les études entreprises; de plus le trajet Hawaï-Paris passe au voisinage du pôle magnétique nord. D'autre part, nous avons pu étendre les moyens expérimentaux mis en œuvre; la présente Note a pour but d'indiquer les premiers résultats obtenus.



Enregistrement de l'intensité de l'onde porteuse et de la modulation de Washington WWV et Hawaï WWVH 15 Mc : s à Bagneux le 22 décembre 1949.

Les mesures ont porté à la fois sur la fréquence des ondes reçues et sur l'intensité de leur champ, les émissions étant effectuées avec une puissance bien connue. Les ondes reçues de Washington et d'Hawaï, bien qu'ayant pratiquement la même fréquence au départ, subissent des modifications de fréquence et de phase différentes au cours du trajet. On constate ainsi des perturbations graves dans l'amplitude, la phase et la fréquence du signal reçu.

La mesure de la fréquence, pendant l'émission simultanée, perd beaucoup en précision, à cause de l'instabilité rapide; pendant les arrêts de Hawaï, la stabilité s'améliore nettement. De plus, il arrive que la valeur moyenne mesurée lors de la réception simultanée diffère notablement de la valeur mesurée sur Washington seul; l'écart peut atteindre 15.10^{-8}.

L'intensité du champ est enregistrée en permanence à Bagneux sur 15 et 20 Mc/sec; afin d'identifier l'émission et de dépister les erreurs dues à des brouillages, on enregistre en même temps l'intensité de la modulation à 440 c/sec, dont les interruptions périodiques, une minute sur cinq, produisent un crochet caractéristique dans les courbes. De plus, à certaines heures, des estimations par écoute permettent d'apprécier les intensités relatives de Washington et de Hawaï. Un appareillage analogue a été installé à bord de l'aviso polaire *Commandant Charcot*, en route pour la terre Adélie. L'enregistrement s'effectue alternativement un jour sur deux, sur 15 et 20 Mc/sec. Ces enregistrements fournissent d'importants renseignements sur les variations de la propagation en fonction de l'heure et de la saison; elles indiquent les diverses perturbations et permettent de contrôler expérimentalement les prévisions théoriques. De plus on a pu constater qu'à certaines heures, malgré la plus grande distance (12 000^{km} au lieu de 6 000) et la plus faible puissance (0,4 kW au lieu de 9 kW), la réception de Hawaï dépasse celle de Washington. Ce phénomène est particulièrement visible à Bagneux, à cette époque de l'année, dans les premières heures de la matinée, sur l'enregistrement à 15 Mc/sec. L'émission de Hawaï étant en effet interrompue 3 minutes à chaque demi-heure, les crochets périodiques observés dans la courbe indiquent qu'à ces heures le champ enregistré provient presque entièrement d'Hawaï. Des constatations identiques et particulièrement nettes ont été faites sur les enregistrements effectués à bord du *Commandant Charcot* lors de son voyage entre l'Afrique du Sud et l'Australie, spécialement en fin d'après-midi et au début de la nuit.

Des mesures spéciales avaient été entreprises lors de l'éclipse partielle de Soleil du 28 avril 1949. Elles n'ont fourni aucun résultat notable; l'éclipse était d'ailleurs peu importante (0,6), Nous envisageons d'autres expériences à l'occasion de l'éclipse totale du 12 septembre 1950 qui traversera l'Océan Pacifique Nord et affectera sans doute la propagation des ondes de Hawaï reçues à Paris.

SPECTROSCOPIE. — *Projet de réalisation d'un monochromateur à réseau concave en incidence oblique, pour l'ultraviolet lointain.* Note de Mlle **Micheline Salle** et M. **Boris Vodar**, présentée par M. Jean Cabannes.

Jusqu'ici on a réalisé très peu de monochromateurs destinés à l'ultraviolet lointain; citons celui de Hilsch et Pohl [1] à prismes pour la région de

---

[1] *Zeits. f. Phys.*, 59, 1930, p. 812.

Schumann, et le monochromateur à réseau en incidence normale récemment construit pour l'un des auteurs de la présente Note. Cependant ces appareils ne conviennent pas aux radiations les plus courtes, par exemple à celles de la région de Millikan. Comme il est probable que c'est précisément cette région qui présente le plus intérêt pour les études des propriétés photoélectriques et photoconductrices des solides, nous avons cherché à faire le projet d'un appareil à réseau en incidence oblique. Nous avons choisi un réseau concave afin d'avoir une luminosité suffisante.

A notre connaissance, un seul appareil de ce type a été décrit (²), dans lequel le réseau glisse le long du cercle de Rowland, et les deux fentes sont fixes. Dans ces conditions, l'angle d'incidence diminue avec la longueur d'onde et la dispersion est sensiblement constante; ce sont deux défauts importants aux courtes longueurs d'onde.

En principe, plusieurs procédés de focalisation sont possibles. Nous avons retenu le suivant qui n'est pas le plus simple à réaliser, mais semble présenter certains avantages pour l'ultraviolet extrême : le réseau R auquel la source S est reliée rigidement, tourne autour d'un axe vertical, en même temps qu'il glisse sur une droite RS'; l'angle d'incidence i est choisi une fois pour toutes (*fig.* 1). Les deux mouvements sont couplés de façon que les trois points R, S et S' restent constamment sur le cercle de Rowland. Ce couplage est réalisé par le déplacement de la source S le long d'une deuxième glissière fixe SS', faisant avec la première glissière RS' l'angle constant $\alpha = (\pi/2) - i$ [*cf.* (³)]. La longueur $RS' = x = \rho \cos i'$ est fonction de l'angle de réflexion i' variable (ρ = rayon de courbure du réseau). La disposition présente l'avantage d'avoir un faisceau et une fente de sortie rigoureusement fixes, ce qui permet de monter les récepteurs d'une manière commode.

A titre d'exemple, nous indiquons quelques chiffres obtenus en nous plaçant dans les conditions suivantes : avec un réseau de 570 traits au millimètre et des angles d'incidence de 75, 85 ou 88°, pour couvrir un domaine spectral s'étendant de 50 Å à 2 500 Å, les angles de réflexion varient de 74°23' à 55°26' pour le premier cas, de 83°23' à 58°37' pour le second, et de 85°15' à 58°58' pour le dernier.

Si le rayon de courbure du réseau est de 3ᵐ, la dispersion est assez forte, elle est fonction de l'angle de réflexion suivant la formule

$$\frac{dx}{d\lambda} = 0{,}17 \operatorname{tg} i' \qquad (\text{en mm/Å}),$$

où dx est le déplacement du réseau le long de RS' (*fig.* 1); ou encore si l'on

---

(²) R. F. Baker, *J. O. S. A.*, **28**, 1928, p. 55.

(³) B. Vodar, *Revue d'optique*, **21**, 1942, p. 97.

veut évaluer directement la dispersion en fonction de la longueur d'onde

$$\frac{dx}{d\lambda} = 0,17 \frac{A - n\lambda}{\sqrt{1 - (A - n\lambda)^2}} \qquad \text{(en mm/Å)},$$

où n est le nombre de traits au millimètre du réseau et A une constante égale à $\sin i$. La figure 2 représente la courbe de dispersion. Elle montre que l'ap-

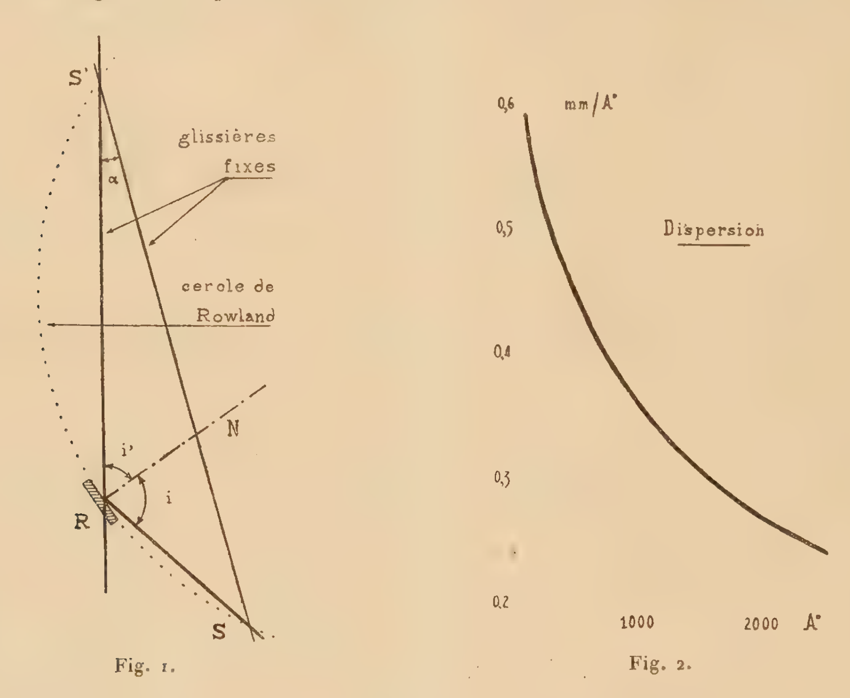


Fig. 1. Fig. 2.

pareil a une dispersion qui croît très rapidement quand la longueur d'onde diminue, ce qui est particulièrement avantageux pour les courtes longueurs d'onde.

Dans les mêmes conditions, la dispersion linéaire, dans le plan de la fente de sortie (perpendiculairement à RS') est une constante égale à 0,17 mm/Å.

Le monochromateur dont nous venons de donner le principe est en cours de réalisation. Il sera placé dans une enceinte vidée avec un joint coulissant étanche entre le point S' fixe et le réseau R mobile.

SPECTROGRAPHIE. — *Excitation de raies interdites dans un arc à vapeur de mercure sous haute pression.* Note de M. **Lazare Goldzahl**, présentée par M. Jean Cabannes.

Hansen Takamine et Werner [1] ont étudié l'apparition des raies interdites du mercure sous l'influence d'un champ électrique extérieur; ils ont montré que les raies interdites :

---

[1] *Mathematisk-Fysiske Meddelelser*, 1923-1924.

$2p_2 - mp_1$, $2p_2 - mp_2$	n'apparaissent que pour des champs électriques sup. à				5 000 V/cm
$2p_1 - mp_2$, ...	»	»	»	»	10 000 »
$2p_2 - mp_3$, ...	»	»	»	»	20 000 »
$2p_3 - mp_1$, ...	»	»	»	»	25 000 »

Takamine, Foote et Chenault (²) ont montré que des raies interdites du mercure sont excitées dans un arc à forte densité de courant sous une pression inférieure à 10^{mm} de mercure. Okubo et Matuyama (³) ont montré qu'une décharge à haute fréquence dans la vapeur de mercure, sous une pression de l'ordre de 1/1000 de millimètre de mercure, excite également des raies interdites.

Nous avons décelé l'existence de certaines raies interdites du mercure dans le spectre de la lampe Mazda MA-300, à l'intérieur de laquelle nous avons en régime normal une pression de l'ordre de 12^{atm}.

Détails expérimentaux. — On a utilisé dans le premier ordre un réseau concave de Rowland de 786 traits par millimètre et de 640^{cm} de rayon. Les clichés ont été pris sur du film Rhéoscope qui est beaucoup plus sensible que les émulsions sur plaques; les poses ont cependant duré de deux à dix heures.

On a commencé à rechercher les raies interdites en appliquant à la lampe une tension de 85 V, car on a remarqué que le fond continu émis par cette lampe diminue plus rapidement que l'intensité des raies lorsqu'on baisse la tension. Après avoir décelé l'existence des raies interdites pour 85 V on a augmenté la tension appliquée à la lampe jusqu'à 110 V et l'on a vérifié que les raies interdites étaient encore visibles sur les clichés. L'intensité de ces raies par rapport au fond continu est trop faible pour qu'on puisse reproduire convenablement les clichés.

Résultats. — Les raies interdites qu'on a pu déceler sont :

$$2p_2 - 5p_2 = 2490,2\ \text{Å},$$
$$2p_2 - 3p_1 = 3144,6\ \text{Å},$$
$$2p_2 - 5p_1 = 2486,9\ \text{Å},$$
$$2p_1 - 7p_2 = 2648,2\ \text{Å},$$
$$2p_3 - 6p_3 = 2410\ \ \text{Å},$$
$$2p_3 - 7p_1 = 2259,2\ \text{Å}.$$

D'après Hansen Takamine et Werner, les trois premières raies apparaissent pour des champs électriques supérieurs à 5000 V/cm et les suivantes pour des champs respectivement supérieurs à 10 000, 20 000 et 25 000 V/cm.

On admet que l'apparition de raies interdites sans l'aide de champs électriques ou magnétiques extérieurs est due au champ électrique créé par les ions transporteurs du courant. En comparant nos résultats à ceux de Hansen Takamine et Werner, nous voyons que le champ électrique créé par les ions

(²) *Phys. Rev.*, 25, 1925, p. 23-29; *Phys. Rev.*, 26, 1925, p. 165 à 175; *Proc. Roy. Soc.*, 117, 1927, p. 11-29; *Phil. Mag.*, 6, 1928, p. 271-276.

(³) *Nature*, 128, 1931.

transporteurs du courant à l'intérieur de la lampe Mazda MA-300, sous la pression de 12^{atm}, est équivalent du point de vue de l'apparition des raies interdites à un champ électrique extérieur supérieur à 25 000 V/cm.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Nouvelle détermination de quelques* rayons *des noyaux radioactifs lourds*. Note de MM. **Salomon Rosenblum** et **Manuel Valadares**, présentée par M. Aimé Cotton.

La formule de Gamow (1)

$$\log\left[\lambda\frac{Ni}{N}\right] = 21,669 - 1,191\times 10^{9}\frac{Z-2}{v_{eff}} + 4,084\times 10^{6}\sqrt{Z-2}\sqrt{r_0}[1-0,001j(j+1)]$$

permet de calculer les *rayons* r_0 des noyaux des éléments émetteurs alpha, si l'on connaît λ (constante de désintégration), les intensités Ni des groupes α de structure fine ($\Sigma\,Ni = N$), les vitesses v_{eff} d'émission, c'est-à-dire les vitesses d'émission corrigées du recul et les nombres azimutaux j. Les conditions deviennent particulièrement simples dans le cas où l'on peut poser j égal à 0; ceci est généralement admis pour les groupes les plus rapides des spectres des éléments dont Z (nombre atomique) et A (nombre de masse) sont pairs.

Ayant étudié récemment les intensités des raies de certains spectres alpha (2) et ayant mis en évidence quelques nouvelles structures fines (3), il nous a semblé intéressant de calculer r_0 avec les nouvelles données expérimentales.

Dans la famille du radium, où $A = 4n + 2$, nous avons calculé les valeurs de r_0 pour les éléments Io, Ra, Rn, RaA, RaC′ et Po, éléments pour lesquels on connaît les spectres magnétiques alpha. Comme on voit sur le graphique (*fig.* 1) les valeurs trouvées se placent sur une courbe régulière quoique les valeurs de $\log\lambda$ varient entre les limites -13 et $+6$.

Il est intéressant de remarquer que l'ionium qui s'écartait nettement de la courbe avant l'étude du spectre magnétique alpha se place maintenant exactement sur la courbe, si l'on tient compte des intensités relatives de structure fine. Les radio-éléments artificiels de la même famille ($A = 4n + 2$) se placent également sur la courbe avec une seule exception ; les légers écarts s'expliquent facilement par la détermination moins précise des énergies. Rn (218) par contre s'écarte nettement de la courbe, ce qui rend probable l'existence d'une structure fine assez intense. Les éléments U II (234) et Pu (238) ne s'écartent pas trop de la courbe extrapolée (non figurée), tandis que U I (238) s'en

---

(1) Gamow et Critchfield, *Theory of Atomic Nucleus and Nuclear Energy-sources*, p. 174; Gamow et Rosenblum, *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 1620.

(2) Rosenblum, Valadares et Perey, *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 385; Rosenblum, Guillot et Bastin-Scoffier, *Comptes rendus*, 229, 1949, p. 108.

(3) Rosenblum, Valadares et Vial, *Comptes rendus*, 227, 1948, p. 1088; Rosenblum, Valadares, Perey et Vial, *Comptes rendus*, 229, 1949, p. 1009.

écarte nettement, ce qui pourrait s'expliquer soit par une erreur assez considérable sur l'énergie d'émission, soit par l'existence d'une structure fine intense.

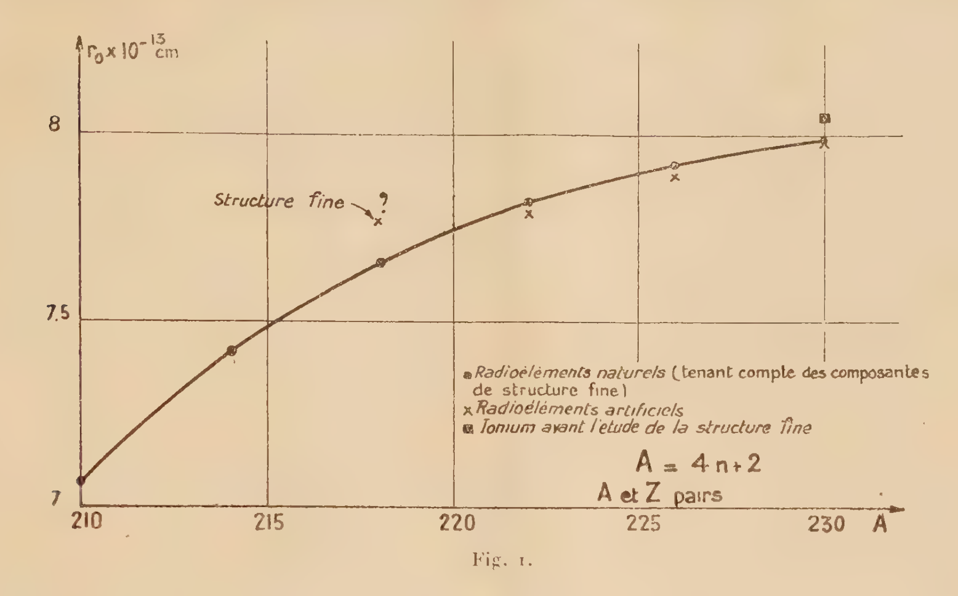


Fig. 1.

Remarquons que les spectres α de ces derniers éléments n'ont pas encore été étudiés par spectrographie magnétique.

On obtient une courbe également régulière pour la famille du thorium ($A = 4n$) comme on voit sur le graphique (*fig.* 2); on remarquera que le radio-

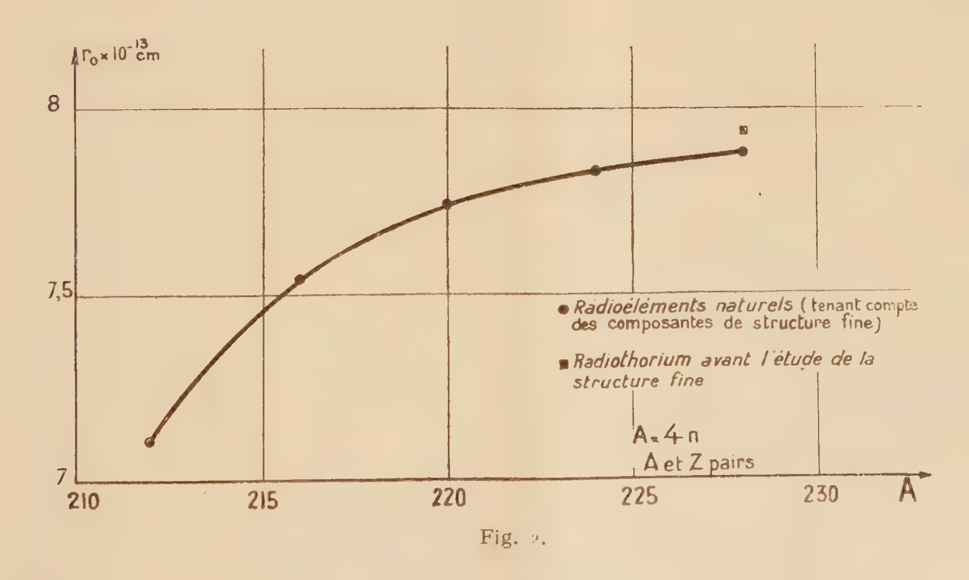


Fig. 2.

thorium se place sur la courbe si l'on tient compte de la structure fine. Les valeurs des deux courbes coïncident dans l'intervalle de $A = 216$ à $A = 220$. Le Th C′ ayant une vie très courte pourrait se placer sur la courbe de la famille

du radium si l'on admettait une erreur de l'ordre de 30 % sur la détermination de la vie moyenne, ce qui ne semble pas probable, d'ailleurs.

Il nous a paru intéressant de signaler que l'amélioration de notre connaissance des spectres magnétiques alpha permet d'établir que la formule de Gamow conduit à des valeurs de r_0 qui varient très régulièrement en fonction de A et que les écarts bien établis à partir de la courbe permettent de prévoir l'existence de structures fines et, par conséquent, d'émission gamma.

Il serait important de pouvoir étendre l'analyse des spectres magnétiques pour d'autres éléments des familles $4n$ et $4n+2$ pour voir si les courbes ne changent pas brusquement de courbure en fonction de A. Le fait que r_0 varie plus lentement quand A croît indique peut-être l'influence d'une couche qui se formerait au voisinage de $A = 208 = 126 + 82$ [4], la condensation des premiers nucléons ayant une grande influence sur la dimension du rayon nucléaire.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Résistivité électrique et composition optimum des bains de polissage électrolytique.* Note (*) de MM. **Eugène Darmois**, **Israël Epelboin** et **Djafar Amine**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons montré ailleurs que l'étude de la variation de la résistance électrique d'une cellule électrolytique permet de rechercher la composition optimum des bains de polissage et que cette étude peut être faite en fonction de différents facteurs, en particulier de la quantité d'ions métalliques en solution dans le bain.

La méthode est la suivante : on choisit un type de bains de composants déterminés, on réalise un certain nombre de solutions dans lesquelles ces composants entrent en proportions variables et dans chacune d'elles on dissout par polissage électrolytique la même quantité de métal. En se servant de ces solutions comme bain de polissage électrolytique, on mesure la résistance maximum de la couche anodique, c'est-à-dire celle dont le point représentatif sur la caractéristique courant-tension est le point de contact de la tangente menée par l'origine [1]. Cette résistance maximum varie avec le bain et elle présente elle-même un maximum R pour une composition déterminée; c'est cette composition C_R qui donne le meilleur poli comme le montrent les micrographies des ferronickels que nous avons réalisées après polissage dans des bains du type acide perchlorique-anhydride acétique [2].

---

(4) Elsasser, *Journal de Physique*, 1934, p. 635; Berthelot, *Journal de Physique*, 1942, p. 17 et 52; *Comptes rendus*, **227**, 1948, p. 829; Mayer, *Phys. Rev.*, **74**, 1948, p. 235 et **75**, 1949, p. 1969. Voir également la bibliographie donnée dans cet article.

(*) Séance du 16 janvier 1950.

(1) I. Epelboin, C. Chalin et B. Galperin, *Rev. de Métallurgie*, **46**, mars 1949, p. 151.

(2) E. Darmois, I. Epelboin, D. Amine et C. Chalin, *Rev. de Métallurgie* (à l'impression).

On peut expliquer ces résultats par l'existence dans la région de l'anode de champs électriques intenses produits par des anions de faibles dimensions (ClO_4^-, NO_3^-, SO_4^{--}, etc.) adsorbés sur l'anode; le champ de ces anions arrache les ions métalliques et il est d'autant plus intense que le milieu est plus anhydre. Cependant, s'il faut avoir une couche anhydre autour de l'anode afin de créer un champ fort, il est bon que le bain proprement dit contienne l'eau nécessaire à la dissolution et au transport des ions métalliques arrachés. Au-dessus d'une certaine tension, l'eau toujours présente est électrolysée et il se produit un important dégagement d'oxygène entraînant la corrosion. On a donc intérêt à polir au maximum de résistance de la couche anodique car cette valeur de la résistance correspond à la plus forte tension possible sans corrosion ([3]).

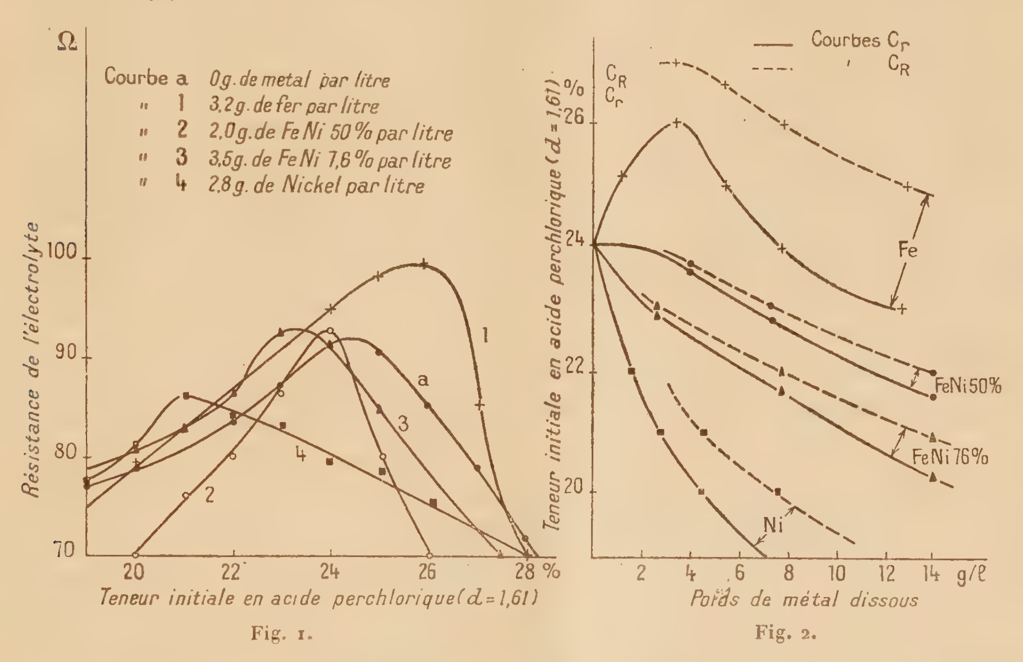


Fig. 1. Fig. 2.

Cette hypothèse d'un milieu anhydre et d'un milieu aqueux nous a amenés à étudier la variation de la résistivité électrique des solutions que nous avions utilisées pour rechercher la meilleure composition des bains. Par exemple, la résistivité d'un mélange d'acide perchlorique aqueux ($d = 1,61$), et d'anhydride acétique (pureté 98 %) sans métal dissous présente un maximum pour une teneur voisine de 24 % en volume d'acide perchlorique. Un calcul simple montre que cette concentration correspond avec une précision convenable au mélange-acide *perchlorique*-acide acétique dans la proportion $ClO_4H + 6\,CH_3CO_2H$.

Si nous dissolvons par polissage des ions métalliques dans la solution, on

([3]) E. Darmois, L. Épelboin et C. Chalin. Communication à la S. F. É., juin 1949; *Bulletin de la S. F. É.* (à paraître 1950).

voit sur la figure 1 que le maximum de la résistivité se présente alors pour des concentrations différentes C_r en acide perchlorique. Les variations de C_r dépendent de la nature et des quantités d'ions métalliques dissous; elles se font dans le même sens que celles de la concentration C_R correspondant au maximum de la résistance R de la couche anodique. Comme dans notre précédente publication, il s'agit des concentrations initiales.

Nous avons placé sur la figure 2 les courbes indiquant les variations de C_R et de C_r en fonction de la quantité de métal dissous pour le fer, le nickel et leurs alliages. On voit que pour une même quantité de métal en solution, la concentration initiale donnant la résistivité maximum est plus faible que celle donnant R, c'est-à-dire le meilleur poli, mais ne s'en écarte que peu. L'examen des courbes C_r comme celles de la figure 2 permet donc de prévoir la formule et la rapidité de vieillissement des bains. On peut faire la même étude en fonction de la température et c'est de cette façon que nous avons déterminé la composition de bains de très faible résistivité électrique et travaillant à chaud.

En résumé, l'observation de la résistivité des solutions constitue donc une méthode très commode d'étude des bains de polissage électrolytique et, conjuguée avec celle de la résistance maximum de la couche anodique, elle permet de connaître avec précision la composition et les caractéristiques du bain donnant les meilleurs résultats pour un métal ou un alliage déterminé.

ÉLECTROCHIMIE. — *Étude de l'équilibre dans les solutions de zincate alcalin.* Note (*) de M. **Philippe Bernheim** et Mlle **Marguerite Quintin**, présentée par M. Louis Hackspill.

L'étude au polarographe des solutions de zincate de soude dans la soude, faite en utilisant l'oscillographe pour examiner les variations du potentiel de l'électrode à goutte en fonction du temps ([1]), met en évidence la présence d'ions Zn^{++} dans ces solutions ([2]). Ces ions doivent provenir de l'hydrolyse du zincate en milieu alcalin, dont l'équilibre ionique peut être représenté par :

$$\text{(I)} \qquad ZnO_2^{=} + 4H_2O \rightleftharpoons Zn^{++} + 4OH^-.$$

L'application de la loi d'action des masses à cet équilibre donne :

$$\text{(1)} \qquad \frac{[Zn^{++}][OH^-]^4}{[ZnO_2^{=}]} = K_1.$$

La concentration $(ZnO_2^{=})$ est pratiquement égale à celle a de l'oxyde introduit,

(*) Séance du 9 janvier 1950.

([1]) Heyrovsky, *Œsterreichische Chem. Zeitung*, 48, 1947, p. 24.

([2]) Ph. Bernheim et M. Fournier, *Comptes rendus*, 230, 1950, p. 297.

car celle des ions Zn^{++} est très faible. D'où la constante apparente :

$$\frac{[Zn^{++}][OH^-]^4}{a} = K'_1. \tag{2}$$

Cette constante a été évaluée par Dietrich et Johnstone (³) à partir du produit de solubilité de l'hydroxyde $[Zn^{++}][OH^-]^2$, de la concentration en soude, et en supposant que le coefficient d'activité de OH^- est le même dans la solution étudiée que dans une solution de soude de même force ionique.

Elle peut être atteinte plus directement en déterminant les activités des ions.

Les solutions sont préparées à partir de ZnO pur, de soude en pastilles soigneusement décarbonatée, et d'eau bouillie, dans des flacons paraffinés maintenus en thermostat (20° ± 0,1).

Les activités sont mesurées sous azote par la méthode potentiométrique : celle $[Zn^{++}]$ grâce à une électrode d'amalgame de zinc 2 phases, celle $[OH^-]$ grâce à une électrode Hg/HgO.

L'équilibre des potentiels est atteint dans tout les cas en moins d'une heure et se maintient à 0,5 mV près pendant plusieurs heures.

Les résultats obtenus permettent de calculer K'_1, on trouve qu'à concentration de soude constante, pK'_1 varie régulièrement en fonction de la teneur *a* en ZnO ; or la variation de force ionique est beaucoup trop faible pour expliquer ces écarts. Bien plus, pK'_1 croît avec *a* pour les faibles concentrations en soude, au contraire, pour les solutions fortement alcalines, il décroît lorsque *a* augmente.

Il est vraisemblable qu'outre les ions $ZnO_2^{=}$ il existe dans certaines solutions des ions ZnO_2H^-; l'hydrolyse se faisant alors de la façon suivante :

$$ZnO_2H^- + H_2O \rightleftharpoons Zn^{++} + 3OH^-. \tag{II}$$

L'application de la loi d'action des masses à cet équilibre donne :

$$\frac{[Zn^{++}][OH^-]^3}{[ZnO_2H^-]} = K_2. \tag{3}$$

En solutions faiblement alcalines, l'activité $[OH^-]$ décroît lorsque *a* croît, ce qui indique que la proportion des ions ZnO_2H^- augmente par rapport aux ions $ZnO_2^{=}$, en d'autres termes, que la réaction (II) prédomine. Dans ces conditions, la constante apparente K'_2 de la réaction (II) peut être calculée par

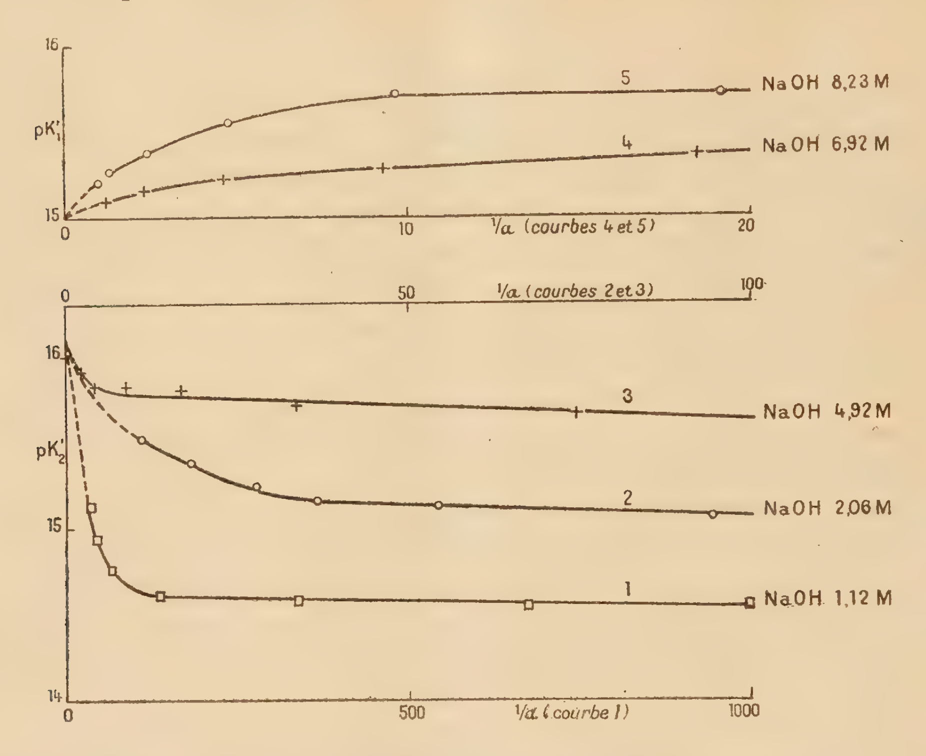
$$\frac{[Zn^{++}][OH^-]^3}{a} = K'_2. \tag{4}$$

Les courbes 1, 2, 3 de la figure représentent les variations de pK'_2 en

---

(³) *J. Am. Chem. Soc.*, 49, 1927, p. 1419.

fonction de $1/a$, ces courbes extrapolées jusqu'à l'axe des ordonnées convergent en un même point de celui-ci.



Les courbes 4 et 5 de la figure représentent les variations de pK'_1 en fonction de $1/a$, elles se coupent aussi au même point de l'axe des ordonnées. D'où

$$pK'_1 = 15,04, \qquad pK'_2 = 16,08.$$

En résumé, l'étude de la dissociation du zincate de soude dans les solutions de soude montre que les ions Zn^{++}, ZnO_2H^- et ZnO_2^{--} coexistent, les ions Zn^{++} étant toujours en quantités très faibles, et que les ions ZnO_2H^- prédominent aux faibles pH, tandis que la proportion des ions ZnO_2^{--} augmente aux pH élevés.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'équilibre des systèmes formés par des mélanges d'halogénures d'argent et de mercure.* Note de M. **Joseph Sivadjian**, présentée par M. Jacques Tréfouël.

Dans une Note précédente [1] nous avons signalé une réaction photochimique réversible caractérisée par le changement de coloration de plaques au gélatino-iodures d'argent et de mercure. L'exposition de ces plaques à la

---

[1] *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 1296.

lumière produit en effet une coloration violacée qui disparaît graduellement dès qu'on les remet à l'obscurité. Elle disparaît aussi d'une manière instantanée lorsqu'on porte la plaque exposée sous un courant d'eau.

En poursuivant l'étude du mécanisme de ce fait curieux, nous avons trouvé qu'en 1874, un auteur américain ([2]) a décrit la préparation d'un halogénure double d'argent et de mercure, en précipitant successivement au sein du même liquide, d'abord le chlorure d'argent et puis le bi-iodure de mercure. Il a cru avoir ainsi obtenu un sel double de formule $2ClAg.I_2Hg$, qui possède dit-il, deux propriétés remarquables. Lorsqu'on le chauffe dans l'eau jusqu'à la température de 100°, il prend une belle coloration rouge, mais redevient jaune dès qu'il est revenu à la température normale. Exposé à la lumière, il noircit légèrement, mais il reprend sa coloration primitive après un séjour suffisamment prolongé à l'obscurité.

Étant donnée l'analogie frappante de ces propriétés avec celles de nos plaques, nous avons étudié de près les phénomènes signalés par Lea et voici ce que nous avons pu constater :

Des plaques préparées avec le sel de Lea noircissent légèrement et très superficiellement à la lumière (ce qui constitue une différence très importante avec nos plaques), mais leur noircissement est dû manifestement à la présence du chlorure d'argent dans le mélange.

Nous avons pu en effet nous rendre compte que le produit de Lea, loin d'être un sel double, n'est qu'un mélange intime de chlorure d'argent et de bi-iodure de mercure; plus exactement, on se trouve là en présence d'une réaction réversible entre quatre produits selon l'équation ci-dessous, ainsi que nous allons l'expliquer plus loin :

$$2ClAg + I_2Hg \rightleftharpoons Cl_2Hg + 2IAg.$$

Sous l'action de la lumière, le chlorure d'argent, qui figure à gauche de cette équation, noircit, mais à l'obscurité, le bi-iodure de mercure réagit sur le chlorure d'argent et donne de l'iodure d'argent jaune, tandis qu'il se forme du bichlorure de mercure; le noircissement disparaît de cette façon. A la lumière, une nouvelle quantité de chlorure d'argent subit le noircissement superficiel et cette coloration disparaît de la même manière à l'obscurité.

Lorsqu'on triture ensemble, dans un mortier, du chlorure d'argent et du bi-iodure de mercure, le mélange jaunit après un certain temps de manipulation. Quand on reprend ce mélange avec de l'eau et qu'on le filtre, on constate dans le filtrat la présence du bichlorure de mercure. Par une lixiviation prolongée, on arrive à éliminer complètement le mercure sous forme de bichlorure et obtenir finalement sur le filtre de l'iodure d'argent à peu près pur.

([2]) C. Lea, *Amer, J. of Science*, (3), 7, 1874, p. 34; *Gmelins Handbuch*, 7ᵉ édit., 5 (2), 1914, p. 1279; *Traité de Mellor*, 6, 1923, p. 938.

Inversement, lorsqu'on trriture ensemble de l'iodure d'argent et du bichlorure de mercure, on obtient aussi un produit jaune. En reprenant ce mélange par l'ammoniaque, on y constate la présence du chlorure d'argent ; la formation simultanée du bi-iodure de mercure est visible dans la mixture par la teinte rougeâtre de celle-ci.

Les deux mélanges, mis chacun dans une capsule de porcelaine et chauffés légèrement, deviennent rouges et si l'on recouvre les capsules d'une plaque de verre, le bi-iodure vient se condenser sur cette plaque. Dès qu'on cesse le chauffage, le bi-iodure de mercure formé réagit sur le chlorure d'argent qui a pris naissance, en donnant de l'iodure d'argent et du bichlorure de mercure, d'où la disparition de la coloration rouge des deux mélanges. Nous avons pensé que la formation de l'iodure d'argent dans le cas du mélange $ClAg + I_2Hg$ était due au produit de solubilité de l'iodure d'argent qui est le plus faible, mais la formation de ClAg, même à froid, en partant du mélange inverse, montre qu'il n'en est rien et qu'on est bien en présence d'une réaction réversible qui se passe entre quatre corps solides dont trois sont d'ailleurs très peu solubles. L'état d'équilibre de cette réaction varie suivant la température et les autres conditions de l'expérience, telles que la présence d'un solvant (eau, ammoniaque) ou de la lumière. Dans l'eau, où le bichlorure est soluble, la réaction a lieu surtout de gauche à droite ; au contraire, la chaleur, aussi bien en milieu aqueux qu'à l'état sec, déplace l'équilibre de droite vers la gauche.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une nouvelle méthode de synthèse des ptéridines.* Note de MM. **Michel Polonovski** et **Henri Jérôme**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Au cours d'essais de préparation de nouvelles ptéridines, nous nous sommes proposé de réaliser la synthèse du cycle paradiazinique par l'emploi de certains acides α-aminés et tout d'abord du glycocolle qui conduit à la structure (VII).

$$\xrightarrow[NH_3,\ NaOH,\ 3H_2]{H_2N.CH_2.COOC_2H_5}$$

(VII)

(I) $R = R_{,} = Cl$,
(II) $R = R' = NH.CH_2.COOH$,
(III) $R = R' = NH.CH_2.COOC_2H_5$,

(IV) $R = Cl R' = NH.CH_2.COOC_2H_5$,
(V) $R = NH_2 R' = NH.CH_2.COOC_2H_5$,
(VI) $R = NH_2 R' = NH.CH_2.COOH$.

Partant de la dichloro-2.4-nitro-5-méthyl-6-pyrimidine (I), nous avons fait réagir en premier lieu le glycocolle en présence de CO_3Na_2 ou NaOH. Au cours de plusieurs essais à différentes températures et avec des quantités

variables de l'agent alcalin de condensation et de l'acide aminé, nous avons toujours observé une substitution simultanée des 2 Cl, bien que, d'après S. Gabriel et J. Colman ([1]), le Cl en (IV) présente une plus grande réactivité. Le dérivé (II) ainsi obtenu est recristallisé pour l'analyse dans un grand volume d'eau (N % 24,74; 24,69, calculé 24,58); il se décompose au-dessus de 300°. Le titrage acidimétrique correspond exactement à deux fonctions acides.

On peut facilement estérifier (II) dans l'éthanol en présence de SO_4H_2 et obtenir le dérivé (III). Il est soluble dans ClH 2N. On le recristallise dans le méthanol pour l'analyse (N % 20,43; 20,35, calculé 20,52), F 131°.

Notre objectif étant d'obtenir une seule substitution en (IV), nous avons augmenté la réactivité de la fonction amine en bloquant le groupement acide du glycocolle par estérification. Nous avons alors obtenu (IV) avec un bon rendement : $4^g,47$ ($1^{mol},33$) de chlorhydrate du glycocollate d'éthyle en suspension dans 25^{cm^3} d'éthanol sont ajoutés à 5^g (1^{mol}) de (I) mis en suspension dans 25^{cm^3} d'éthanol par dissolution à chaud et refroidissement rapide. Le mélange est maintenu vers 4° et l'on verse en 30 minutes, sous agitation, une solution de $3^g,334$ ($1^{mol},33$) de CO_3Na_2 dans 15^{cm^3} d'eau. On observe rapidement l'apparition d'un abondant précipité blanc. L'agitation est maintenue 1 heure et demie. Le précipité est essoré. Le filtrat, laissé une nuit à la glacière, abandonne une seconde fraction cristalline que l'on réunit à la première. Après lavage à l'eau et séchage, on obtient $5^g,150$ de (IV) (Rdt 76 %). Le produit est très soluble dans les solvants organiques, insoluble dans ClH 2N au contraire de (III); il est, pour l'analyse, redissous dans le benzène et précipité par l'éther de pétrole (N % 20,33, calculé 20,40) (Cl % 12,45, calculé 12,91), F 78°.

Ce même dérivé pyrimidique vient d'être obtenu par G. R. Ramage, et son mode de préparation, légèrement différent du nôtre, inclus dans un brevet (Brit. 619, 915), dont nous venons seulement d'avoir connaissance par l'extrait des *Chemical Abstracts* (22, 1949, p. 9087^c). Cette méthode, qui fait appel à l'emploi du sodium et du méthanol et à 2^{mol} de glycocollate d'éthyle, nécessite des manipulations plus laborieuses.

Nous avons réalisé le deuxième temps, l'amination en (2), conduisant à (V), avec un excellent rendement : on ajoute 5^{cm^3} d'une solution aqueuse ammoniacale à 17 % à $4^g,76$ de (IV) dissous dans 45^{cm^3} de méthanol. Par agitation à la température du laboratoire, on peut observer une dissolution totale avant l'apparition d'un abondant précipité cristallin rose. On termine l'opération en tube scellé à 100° pendant 1 heure. Après refroidissement on essore, lave à l'eau, sèche et l'on obtient $3^g,63$ de (V) (Rdt 82 %), insoluble dans l'eau,

---

([1]) *Ber.*, 34, 1901, p. 1234.

soluble dans ClH 2N, recristallisé pour l'analyse dans le méthanol (N % 27,28, calculé 27,44). F 187°.

La saponification de (V) conduit à (VI) : 410^{mg} de (V) sont mis en suspension dans 5$^{cm^3}$ de NaOH N et dissous à chaud. Cette solution alcaline chaude est versée sur CH_3COOH bouillant et l'on précipite ainsi sous forme cristalline 310^{mg} de (VI) (Rdt 85 %). Insoluble dans l'eau et l'éthanol, ce dérivé est dissous pour l'analyse dans ClH 2N et précipité par CH_3COONa saturé (N % 31,29, calculé 30,83); il se décompose au-dessus de 320°.

Nous avons enfin réduit le groupement nitro de (VI) par Cl_2Sn dans ClH et obtenu dans un premier temps un chlorhydrate double d'étain et de la pyrimidine. Celui-ci, par simple recristallisation dans l'eau légèrement chlorhydrique, donne le monochlorhydrate de l'amino-2-méthyl-4-hydroxy-6-dihydro-7, 8-ptéridine (VII) (N % 33,45; 33,47; 33,67, calculé 32,47) (Cl % 15,93, calculé 16,46).

Nous nous proposons de généraliser ces réactions et de comparer les ptéridines ainsi préparées à celles obtenues au terme d'autres séries de réactions.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Condensation du chloro-éthoxy-acétate d'éthyle sur les noyaux aromatiques : nouvelle méthode de synthèse d'acides arylacétiques.* Note de MM. **Raymond Quelet** et † **Jean Gavarret**, présentée par M. Marcel Delépine.

On sait que les oxydes d'alcoyle α-halogénés se condensent sur le noyau des carbures aromatiques et des éthers-oxydes phénoliques en donnant les dérivés α-halogénoalcoylés correspondants.

La réaction est particulièrement importante et facile à réaliser avec les éthers de l'alcool chlorométhylique et, parmi toutes les techniques préconisées, l'une des plus avantageuses consiste à opérer en présence d'acide acétique [1].

Étudiant la généralisation de ces méthodes, l'un de nous a montré précédemment [2] que les éthers de l'alcool dibromo-1.2 éthylique réagissaient normalement sur les éthers-oxydes des phénols en substituant le radical dibromoéthyle à l'un des hydrogènes du noyau.

Le chloro-éthoxy-acétate d'éthyle, bien qu'il possède une activité un peu plus faible, se prête lui aussi à la réaction. En milieu acétique, il réagit lentement sur les carbures aromatiques, beaucoup plus rapidement sur les éthers-oxydes phénoliques en donnant les esters α-chloro-aryl-acétiques correspon-

---

(1) Darzens et Lévy, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 73; Vavon, Bolle et Calin, *Bull. Soc. chim.*, 6, 1939, p. 1025.

(2) Quelet et Calcagni, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 88.

dants. Avec l'anisole, par exemple, on a la réaction

$$CH_3O-C_6H_5+C_2H_5O-CHCl-COOC_2H_5 \rightarrow C_2H_5OH+C_6H_4\begin{cases}CHCl-COOC_2H_5 \ (1)\\ OCH_3 \ (4)\end{cases}$$

La marche de la réaction peut être contrôlée en traitant par l'eau une partie aliquote de la solution acétique renfermant des proportions équimoléculaires des deux réactifs et en dosant le glyoxylate d'éthyle qui prend naissance par hydrolyse du chloro-éthoxy-acétate n'ayant par réagi.

Les résultats essentiels sont les suivants : avec le benzène, la condensation est extrêmement lente et n'acquiert une vitesse appréciable qu'au-dessus de 100°; avec le naphtalène, on obtient, après 40 jours de chauffage à 65°, un rendement de 40 % en chloronaphtylacétate d'éthyle-α. Dans le cas des éthers-oxydes phénoliques, la réaction est beaucoup plus rapide et des taux de condensation de l'ordre de 70 % peuvent être obtenus après quelques heures de contact à 65° (9 heures avec le vératrole et le β-naphtolate de méthyle, 12 heures avec l'anisole). L'acide chlorhydrique catalyse la réaction et son addition au mélange réactionnel permet d'obtenir à 20° des vitesses qui, sans lui, ne sont atteintes que vers 60°.

On peut tirer parti des esters α-chloroarylacétiques qui prennent naissance en utilisant directement la solution acétique obtenue en fin de condensation. En particulier, il est aisé de les transformer en acides arylacétiques correspondants et en leurs dérivés α-hydroxylés. Dans le premier cas, on réduit directement par l'hydrogène en présence de noir de palladium et l'on saponifie l'ester facile à séparer par distillation; dans le second, on traite par l'eau à froid et l'on saponifie avec précaution l'ester hydroxylé. Par exemple

$$C_6H_4\begin{cases}CHCl-COOC_2H_5 \ (1)\\ OCH_3 \ (4)\end{cases} \overset{H_2}{\nearrow} C_6H_4\begin{cases}CH_2-COOC_2H_5 \ (1)\\ OCH_3 \ (4)\end{cases} \rightarrow C_6H_4\begin{cases}CH_2-COOH \ (1)\\ OCH_3 \ (4)\end{cases}$$

$$ \underset{H_2O}{\searrow} C_6H_4\begin{cases}CHOH-COOC_2H_5 \ (1)\\ OCH_3 \ (4)\end{cases} \rightarrow C_6H_4\begin{cases}CHOH-COOH \ (1)\\ OCH_3 \ (4)\end{cases}$$

La condensation initiale s'accompagne d'une réaction secondaire conduisant aux esters diarylacétiques; avec l'anisole on aboutit au diméthoxy-4.4' diphénylacétate d'éthyle

$$C_6H_4\begin{cases}CHCl-COOC_2H_5\\ OCH_3\end{cases} + C_6H_5-OCH_3 \rightarrow ClH + \begin{matrix}CH_3O-C_6H_4\\ CH_3O-C_6H_4\end{matrix}\Big\rangle CH-COOC_2H_5$$

Ces esters diarylacétiques peuvent être préparés avec des rendements de 90 % en doublant la proportion d'éther-oxyde phénolique et en ajoutant à la solution acétique une trace de chlorure de zinc.

Condensation avec l'anisole. — La réaction a été effectuée en maintenant pendant 12 heures à 65° un mélange équimoléculaire d'anisole et de chloro-éthoxy-acétate d'éthyle dans un égal volume d'acide acétique. Après hydrogénation à température ordinaire, en

présence de noir de palladium, on obtient le *para-méthoxyphénylacétate d'éthyle*, $C_{11}H_{14}O_3$, $É_2$ 135°, puis, par saponification, l'*acide para-méthoxyphénylacétique*, $C_9H_{10}O_3$, F 84°; l'hydrolyse du produit brut fournit le *para-méthoxy α-hydroxyphénylacétate d'éthyle*, $C_{11}H_{14}O_4$, $É_2$ 162°, F 47°, puis l'acide correspondant, $C_9H_{10}O_4$, F 108°. Comme produit secondaire, on isole, dans les deux cas, le *diméthoxy-4.4' diphénylacétate d'éthyle*, $C_{18}H_{20}O_4$, $É_2$ 200°, F 47°, puis l'acide lui-même, $C_{16}H_{16}O_4$, F 110°.

Condensation avec le vératrole. — Par mise en œuvre des mêmes réactions, nous avons obtenu : le *diméthoxy-3.4 phénylacétate d'éthyle*, $C_{12}H_{16}O_4$, $É_2$ 150°, l'acide correspondant ou *acide homovératrique* $C_{10}H_{12}O_4$, F 99° (Rdt 50 % par rapport aux produits initiaux); le *diméthoxy-3.4 α-hydroxyphénylacétate d'éthyle*, $C_{12}H_{16}O_5$, $É_2$ 165°, l'acide correspondant, $C_{10}H_{12}O_5$, F 105°; l'*acide tétraméthoxy-3.3'.4.4' diphénylacétique*, $C_{18}H_{20}O_6$, F 114° et son ester éthylique, $C_{20}H_{24}O_6$, $É_2$ 210°.

Condensation avec le β-méthoxy naphtalène. — La réduction du produit brut de la condensation permet d'obtenir le *méthoxy-2 naphtylacétate d'éthyle-1*, $C_{15}H_{16}O_3$, $É_{0,4}$ 145° et l'acide correspondant, $C_{13}H_{12}O_3$, F 210° avec des rendements de 50 %; par hydrolyse, on obtient finalement l'*acide méthoxy-2 α-hydroxynaphtylacétique-1*, F 144°.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Observations sur l'orientation du chlorure de sodium et du bromure de potassium par la calcite.* Note de M. **Louis Royer**, présentée par M. Charles Mauguin.

1. J'ai signalé [1] des accolements réguliers de certains halogénures alcalins cubiques sur une face de clivage de calcite. Les cristaux des halogénures alcalins étaient tous limités extérieurement par les faces du cube. Ils s'accolaient sur la calcite de telle manière qu'une de leurs faces du cube *p* (001) coïncidait avec la face *p* (001) de la calcite et qu'en plus la rangée [100] de NaCl était parallèle soit à la rangée [100], soit à la rangée [010] de la calcite.

On pouvait se demander si la calcite orienterait encore ces halogénures alcalins lorsque leurs cristaux seraient limités par des formes autres que celle du cube. La réponse que pourrait apporter l'expérience à cette question m'a paru importante et susceptible de fournir le cas échéant, des données complémentaires sur les phénomènes d'épitaxie. D'où l'idée d'entreprendre les essais qui font l'objet de la présente Note.

2. J'ai procédé comme il a été décrit précédemment [1].

Pour obtenir l'orientation des cristaux de l'halogénure alcalin, il est indispensable de n'employer comme cristal support que des clivages d'une calcite très pure. Seule la variété dite spath d'Islande m'a donné des résultats positifs; seule, elle paraît donner des faces de clivage suffisamment planes et étendues pour que les cristaux de l'halogénure alcalin qui se déposent à son contact subissent l'action orientante des plans *p* (001).

Parmi les halogénures alcalins, le chlorure de sodium a l'avantage de pouvoir

---

[1] *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1418.

aisément donner des cristaux limités par des faces autres que celles du cube; il présente, par contre, l'inconvénient de posséder suivant la rangée [100] un paramètre qui s'écarte déjà notablement de celui de la rangée [100] de la calcite. De ce fait, l'orientation des cristaux de NaCl par la calcite est moins générale que pour les autres halogénures alcalins et des essais plus nombreux sont nécessaires pour mettre en évidence cette orientation d'une manière certaine. J'ai néanmoins commencé par effectuer toute une série d'essais avec NaCl.

3. On prépare une solution aqueuse de NaCl additionnée d'alcool éthylique et d'urée de telle manière que tous les cristaux de NaCl abandonnés par cette solution ne montrent que l'octaèdre a^1(111) à l'exclusion du cubo-octaèdre et du cube. Pour vérifier que cela a bien lieu, on réalise préalablement à l'essai sur la calcite, en partant de cette solution, un dépôt orienté de cristaux de NaCl sur un clivage frais de sylvine; il est ainsi aisé de s'assurer de la forme octaédrique de tous les cristaux de NaCl déposés. On passe ensuite avec la même solution aux essais sur un clivage frais de spath d'Islande.

On observe alors, à chaque expérience sur la face de clivage de calcite, des îlots plus ou moins nombreux où les cristaux octaédriques de NaCL sont orientés suivant la loi indiquée ci-dessous. En plus, l'influence de la calcite se manifeste par le fait que les cristaux octaédriques de NaCl ont une tendance marquée à donner des chapelets de cristaux qui dessinent des croix à angles droits dont les deux bras sont parallèles aux deux rangées [100] et [010] de NaCl.

4. L'accolement se fait encore suivant la même loi si en partant d'une solution aqueuse de NaCl additionnée d'alcool éthylique et de glycocolle, on provoque la cristallisation de NaCl sous la forme d'un hexatétraèdre de la série (Oqr).

5. Afin de confirmer et d'affermir les résultats obtenus avec NaCl, j'ai entrepris une série d'essais avec KBr. Ce sel donne sur la calcite la même orientation que NaCl, mais avec cette différence que dans le cas de KBr, c'est la quasi-totalité des cristaux qui est orientée parce que les valeurs des paramètres correspondants de KBr et de la calcite sont beaucoup plus voisines que celles de NaCl et de la calcite.

Pour obtenir que KBr se dépose à partir d'une solution alcoolique sous forme de cristaux octaédriques, il suffit d'ajouter à la solution une quantité suffisante de bromure de plomb.

Ayant préparé une pareille solution, on en étale une faible quantité sur un clivage frais de muscovite. On sait que KBr est orienté par le mica de sorte qu'une des faces a_1 (111) coïncide avec le plan p (001) du mica. Lorsque les cristaux ainsi accolés sont des cubes, ils apparaissent sur le mica sous forme de triangles équilatéraux; quand ce sont des octaèdres par contre, ils dessinent des hexagones réguliers. On a donc là un moyen commode de s'assurer, surtout

si les cristaux sont de taille microscopique, que la solution abandonne bien des cristaux octaédriques de KBr.

Cela étant, on procède aux essais sur un clivage frais de spath d'Islande. On constate alors que l'immense majorité des cristaux octaédriques de KBr est orientée de la même manière que les cristaux de NaCl.

6. En conclusion, lors de l'orientation de l'halogénure alcalin par la calcite, deux choses se produisent. D'une part, la face de clivage de la calcite impose au cristal d'halogénure alcalin de s'accoler à lui toujours par une de ses faces du cube et cela quelle que soit la forme qui le limite extérieurement (cube, octaèdre, hexatétraèdre). D'autre part, la calcite oriente le cristal d'halogénure alcalin de façon que la rangée [100] de l'halogénure a même direction que l'une ou l'autre des deux arêtes [100] et [010] du rhomboèdre de calcite.

Tels sont les faits. Les conséquences qui s'en dégagent seront exposées ultérieurement.

GÉOLOGIE. — *Le Malm dans l'Ouest de la Chaîne Numidique (Algérie).* Note de M. **Michel Durand Delga**, présentée par M. Paul Fallot.

Le Jurassique supérieur, érodé avant la transgression néocomienne [1], est seulement conservé dans les régions septentrionales de la Chaîne Numidique. Parmi les unités tectoniques que j'ai décrites [2], il n'existe que dans les plus élevées. La présente Note vise les faciès du Malm dans le massif du Moul ed Demamène (écaille supérieure du Dra del Kasba, écaille moyenne de Tissimiran) et dans la klippe du Djebel Sidi-Marouf.

Dans la partie Nord de l'écaille du Dra del Kasba, entre les Mechtat Anrioune et Bou Hdach, sous 100^m de grès et quartzites peut-être néocomiens se voient environ 200^m de schistes calcareux, dans lesquels des niveaux calcaires lenticulaires montrent des Calpionelles du Tithonique (*Calpionella alpina*, *C. undelloïdes*, *C. elliptica*) fréquemment associées à des Radiolaires. Un jaspe violacé à Radiolaires se différencie en outre très localement dans la partie schisteuse de la série. Cette radiolarite est exactement datée du Portlandien; elle présente l'intérêt d'être la première signalée dans cet étage en Afrique du Nord. La presque totalité de sa faune, extrêmement riche et bien conservée, est constituée, selon L. Visse qui a bien voulu l'examiner, par des *Spumellaria*. Cela indiquerait des dépôts de mers relativement peu profondes.

Au Sud de Bou Hdach, toujours dans l'unité du Dra del Kasba, les faciès du Malm se présentent différemment. En haut de la série s'observent encore des grès et quartzites, réduits vers le Sud à de simples lentilles au sommet d'une masse de schistes sombres, non calcareux. Vers le bas, la série schisteuse (100 à 200^m) admet des intercalations de petits bancs gréseux qui lui donnent l'aspect du Flysch albo-aptien ; mais l'âge tithonique de cette formation est encore attesté par des *Calpionella alpina* parfois mélangées à des Radiolaires,

---

(1) *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 1507.

(2) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1826 et p. 1913.

dans de petits nodules de calcaire à grain fin épars dans les schistes. Des dolomies blanches constituent la partie inférieure de l'écaille ; elles fournissent de rares blocs disséminés dans les couches de base des schistes, par ailleurs souvent décollés au-dessus des dolomies. Au Sud de Bou Djoudoun, il s'intercale dans ces dernières des bancs de calcaire dolomitique à silex et des schistes multicolores mimant le Trias.

Sous la lame du Dra del Kasba, l'écaille de Tissimiran montre, dans sa partie septentrionale seulement, des assises attribuables au Malm. Au Nord de Taskif, sous le Néocomien, se placent soit quelques mètres d'argile calcarifère verte ou violacée à Radiolaires (Oued ed Douida), soit quelques petits bancs d'une argile gréseuse verdâtre (bord de la voie ferrée). Au-dessous, et parfois directement sous le Crétacé, vient une série de calcaires à lits de silex blonds (150^m). Les argiles à Radiolaires rappellent l'Oolithique moyen des Babors et plus particulièrement l'Argovien de F. Ehrmann ([3]). Si ce rapprochement est justifié, il conduit à assimiler les calcaires à silex sous-jacents (ou au moins leur sommet) au Malm inférieur.

Dans la klippe du Sidi-Marouf, le Jurassique supérieur est renversé au flanc sud de la montagne. On distingue, de haut en bas, stratigraphiquement :

7. marnes schisteuses grises en plaquettes (Néocomien);

6. très localement, calcaires oolithiques noirs avec Radiolaires très rares;

5. complexe de calcaires marneux et marnes (100^m), verdâtres, souvent violacés à leur base, avec rares lits de micro-poudingues calcaires noirs; cette série est datée du Tithonique par *Calpionella alpina* et *C. elliptica;* vers sa base des *Aptychus* du Malm sont fréquents (*Punctaptychus punctatus, Lævaptychus latus*);

4. bancs de calcaire grossier (10^m) à silex blonds; souvent à l'état de fausses-brèches avec passées de marnes lie-de-vin;

3. calcaires massifs, parfois sublithographiques, à grains de quartz (100^m);

2. calcaires en gros bancs (100^m), à lits de silex blonds; vers leur base on trouve *Astarte* cf *pumila* Sow. (Lusitanien);

1. marno-calcaires avec à leur partie moyenne *A. Bulla* Goldfuss *non* Roemer, qui seraient donc, en partie au moins, du Dogger.

Dans les autres unités de l'Ouest de la Chaîne Numidique (écailles au Nord du Sidi-Marouf, écaille des Kef Sassenene et bou Rhaleb, enfin autochtone) le Malm semble manquer. Son absence est due sans doute à l'érosion qui suivit la phase tectonique anté-néocomienne. Le conglomérat de base du Crétacé inférieur au Nord du Kef bou Rhaleb renferme cependant des blocs de calcaires à Radiolaires et à *Aptychus Beyrichi* (partie supérieure du Malm) et de micro-poudingues noirs évoquant ceux du Tithonique du Sidî-Marouf.

En résumé, dans la région considérée, la base du Malm, non différenciable du Dogger, est composée de calcaires à silex blonds. Ce faciès envahit le Lusitanien du Sidi-Marouf; pourtant dans l'écaille de Tissimiran un homologue possible de l' « Argovien » des Babors est formé d'argiles calcareuses à Radiolaires. Les dolomies de l'écaille du Dra del Kasba et les calcaires massifs (niveau 3) du Sidi-Marouf doivent correspondre au Kiméridgien. Au Portlandien, les faciès se différencient plus encore : schistes sombres à bancs gréseux et schistes calcareux à lentilles calcaires dans la lame du Dra del Kasba, marno-calcaires

---

([3]) *Bull. Serv. Carte géol. Algérie*, 2e s., II, 1924.

dans le Sidi-Marouf. La contemporanéité de ces assises est prouvée par leurs riches faunes de Calpionelles tithoniques.

F. Ehrmann a décrit (³) dans les Babors un Jurassique supérieur dont maints niveaux peuvent être rapprochés de ceux que nous avons datés dans notre région. Sauf indications douteuses ou mal localisées de Joleaud, et si l'on met à part le lointain et minuscule affleurement kiméridgien du Kef Sebargoud (⁴), le Malm était jusqu'à nos recherches inconnu dans la Chaîne Numidique.

SPÉLÉOLOGIE. — *L'Aven du Caladaïre (Basses-Alpes)*. Note (*) de MM. **Jean Noir** et **Robert Barone**, présentée par M. Emmanuel de Martonne.

L'aven du Caladaïre s'ouvre au lieudit d'Obœuf, dans la commune de Montsallier (Basses-Alpes), à 2^{km} Ouest de Banon, au flanc d'une petite vallée sèche. Son altitude, 885^{m}, est très faible pour un gouffre d'une telle profondeur (487^{m}); c'est seulement dans le Carso qu'on a exploré des abîmes d'importance comparable et d'altitude moindre (700 à 550^{m}).

L'orifice est une fissure dont l'étroitesse (50^{cm}) a probablement évité au premier grand puits de 60^{m}, qu'elle domine verticalement, d'être transformé en neigière; son orientation (Est + 35° Nord) est, sauf trois très courts passages, celle de la cavité jusqu'à 325^{m} de profondeur, où, très brusquement, elle passe à Sud + 18° Ouest jusqu'au fond.

A l'extrémité Nord-Est du bas du premier puits (— 72), mais isolé de lui par de très gros blocs éboulés, s'ouvre le deuxième grand gouffre de 93^{m}. Au-dessous, on ne fait plus que descendre dans des diaclases en crans, ou dans des puits de 10 à 20^{m} au maximum.

La cavité, remarquablement peu évoluée, est due à l'élargissement de deux systèmes de cassures très verticales (immenses diaclases, mais non failles, car on n'a observé ni miroir, ni rejet). Les galeries, parfois élevées (jusqu'à 20^{m}), ont une largeur à peu près constante du haut en bas : le débit des eaux qui les ont formées n'a donc que peu varié jusqu'à l'assèchement probablement assez soudain de la moitié inférieure du gouffre.

Actuellement, on trouve l'eau courante (1 à 2 l/sec) dans le deuxième puits, et jusqu'à — 230, où elle se perd dans le fond de la diaclase. A — 394, un fort suintement disparaît aussitôt; enfin le fond de la fissure terminale (— 482 à — 487) est recouvert de boue liquide. Aucune coloration n'a pu être tentée. L'appartenance au réseau d'alimentation de la Fontaine de Vaucluse n'est pas prouvée : elle est même improbable, mais non impossible.

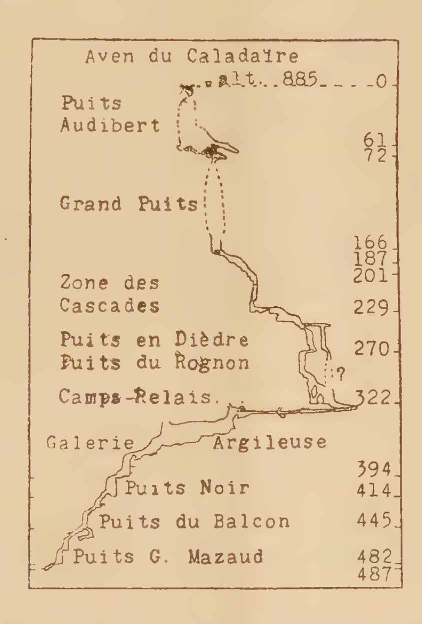
(⁴) P. Deleau, *C. R. somm. Soc. géol. France*, 1938, n° 2, p. 11.

(*) Séance du 16 janvier 1950.

On ne remarque que très peu de dépôts stalagmitiques : sur la paroi N-W du premier puits, au bas du second, et dans les cascades, de — 201 à — 229.

Le gouffre s'ouvre dans le calcaire du Bédoulien (Aptien inférieur) et se poursuit dans le Barrémien ; le changement d'étage doit se faire en dessous de la cote — 85 (altitude 800) dans le deuxième puits. La stratification est partout sensiblement horizontale. Le fond atteint probablement la limite supérieure de l'Hauterivien marneux.

Deux niveaux plus marneux se manifestent par des dépôts épais d'argile, vers — 230 et entre — 325 et — 414. Le plus haut comprend des silex très irrégulièrement mamelonnés, de volume toujours inférieur au décimètre cube;



l'autre, de grosses loupes de silex, ayant jusqu'à 1^{m} de diamètre et 40 à 60^{cm} d'épaisseur. Le premier et la partie supérieure du second sont marqués par des boyaux très peu inclinés et, exceptionnellement dans ce gouffre, à peu près aussi larges que hauts, sans toutefois être caractéristiques du passage de l'eau en conduite forcée. Peut-être correspondent-ils aux horizons fossilifères de Morteiron et de Combe-Petite [1], mais aucun fossile n'a pu y être observé dans de bonnes conditions.

Un peu plus bas seulement (— 422) furent trouvées des bélemnites de deux espèces au moins, dont une seule a pu être extraite pour identification.

Les températures observées en août 1949 furent : 12°,5 (air) et 11°,5 (argile très mouillée) à — 72 ; 11°,5 (air) et 10°,5 (eau) à — 229 ; plus bas, partout 11°

(1) KILIAN, *Description Géologique de la Montagne de Lure*, p. 166.

à 11°,2 (air ou glaise peu humide). La circulation de l'air est peu vive, et due uniquement à la *respiration* de la cavité. Deux séries d'observations barométriques poursuivies au camp-relais pendant plusieurs heures ont donné des résultats concordant très bien avec ceux de la topographie par sondages et visées (— 322 et — 330, pour — 322).

Deux espèces de diptères ont été capturées : *Bolitophila cinerea* à — 300, et *Sciara bicolor* un peu partout, son domaine s'étant étendu vers le bas au fur et à mesure de la progression des explorations.

Cet Aven fut exploré par les Éclaireurs de France et la Société Spéléologique d'Avignon, sous la direction de Lenain, de 1946 à Pâques 1948, où fut atteinte la cote — 414. Les É. D. F. seuls organisèrent les deux autres expéditions, dirigées par Barone. Ayant établi un camp-relais à la profondeur record de 322^{m}, ils parvinrent au cours d'un séjour souterrain de 145 heures devant une fissure trop étroite, à — 482 (juillet 1948). L'exploration de 1949 (15 au 25 août) permit, outre de nombreuses observations et la révision de la topographie, le très difficile forcement de cette étroiture, mais fut arrêtée 5^{m} plus bas par un nouveau resserrement. Elle représente le plus long séjour sous terre jamais effectué (231 heures consécutives), ainsi que le record féminin mondial de descente dans un gouffre ([2]).

PALÉOBOTANIQUE. — *Sur la tige des* Mariopteris.
Note de Mlle **Paule Corsin**, transmise par M. Pierre Pruvost.

Le genre *Mariopteris* a été créé par Zeiller ([1]) qui range sous ce nom des plantes primitivement classées par Brongniart, soit parmi les Sphénoptéridées, soit parmi les Pécoptéridées. Ces plantes forment un groupe en apparence hétérogène. Cependant elles possèdent des caractères communs dans la morphologie externe des rameaux. Ceux-ci notamment sont composés d'éléments quadripartites, c'est-à-dire formés d'un axe support nu qui se divise en deux axes eux-mêmes nus, portant chacun à leur extrémité deux sections feuillées. Il y a donc en tout quatre pennes symétriques deux à deux par rapport à l'axe support.

Pour Zeiller ([1]) les édifices quadripartites des *Mariopteris* sont des pennes primaires portées alternativement à droite et à gauche d'un rachis primaire. Le tout constitue une fronde. Donc la tige des *Mariopteris* serait inconnue. Stur ([2]) qui comprend les *Mariopteris* dans son genre *Diplotmema*, considère

---

([2]) Mlle Geneviève Mazaud, qui faisait partie de l'équipe de fond.

([1]) *Explicat. Carte géol. de la France*, 4, 1880, p. 68-72; *Bull. Soc. géol. France*, 3e série, 7, 1879, p. 92-99.

([2]) *Carbon-flora*, 1885, p. 393-406.

l'élément quadripartite comme une fronde et, par conséquent, l'axe qui porte les frondes est pour lui une tige. Cette opinion de Stur fut combattue par Zeiller [3] et presque tous les paléobotanistes se sont rangés derrière ce dernier et ont regardé les longs axes sinueux des *Mariopteris* comme des rachis primaires portant latéralement des pennes primaires. Pourtant Kidston [4] se rallie à l'idée émise par Stur, mais sans apporter de preuves nouvelles. Enfin, Paul Corsin [5] exprime l'opinion que les très gros axes de *Mariopteris* peuvent être interprétés comme des tiges aériennes de ces plantes, mais qu'il n'existe, jusqu'à présent, aucun argument pour contrecarrer le point de vue de Zeiller.

Entreprenant la révision des échantillons de *Mariopteris* conservés au Musée Houiller de Lille, mon attention fut attirée par des plaques de schiste de grande taille portant de nombreux axes mariopléridiens parfois en relation avec des éléments quadripartites. Après les avoir dégagés avec soin, j'ai pu me rendre compte que les plus gros de ces axes étaient en réalité des tiges de *Mariopteris*.

I. *Mariopteris Sauveuri*. Brongniart.

a. Cycle phyllotaxique. — D'une tige large de 13^{mm} se détachent quatre pétioles situés dans des plans différents. La distance verticale qui sépare deux points d'attache consécutifs est d'environ 6^{cm}. La largeur des pétioles est en moyenne de 10^{mm}. J'ai pu déterminer le cycle phyllotaxique grâce à l'angle (environ 140°) que font deux pétioles consécutifs. Ce cycle est dextre et de 2/5 ou un rapport très proche de celui-ci.

b. Caractères des tiges et des rachis. — Les tiges et les rachis de *M. Sauveuri* ont sensiblement la même ornementation. Celle-ci consiste en des stries longitudinales assez fines recoupées par des *barres* transversales denses dues à des épaississements scléreux. On remarque toutefois que ces barres sont plus larges et plus épaisses sur la tige que sur les pétioles.

c Aphlébies. — Des pinnules anormales (aphlébies) sont situées à la base des rachis primaires. Elles sont très longues, divisées une fois et possèdent à leur extrémité un limbe très réduit autour des nervures.

II. *Mariopteris Leharlei* P. Corsin.

a. Cycle phyllotaxique. — Un grand échantillon figuré par Paul Corsin [6] montre une mince tige de 3 à 4^{mm} de largeur portant deux frondes quadripartites distantes de 13^{cm},5 environ et apparemment situées dans un même plan. Après dégagement de la tige en un point situé au-dessus de l'insertion du second rachis, à une distance égale à l'intervalle séparant les deux pennes

---

(3) *Flore foss. Bassin houiller de Valenciennes*, 1888, p. 142-184.

(4) *Foss. Plants Carbon. Rocks of Great Britain.*, 2, Part. 6, 1925, p. 587-670.

(5) *Bass. houil. de la Sarre et de la Lorraine, Marioptéridées*, 1932, p. 111-173.

(6) *Loc. cit.*, 1932, Pl. C, figure 1.

précédentes, est apparu un troisième rachis primaire (2,5 à 3^{mm}). Il prend naissance en dessous de la tige, donc dans un plan nettement différent des plans radiaires des deux autres rachis primaires. Là encore l'axe principal de *Mariopteris Leharlei* est bien une tige. Je n'ai pas pu établir avec certitude le cycle phyllotaxique, cependant il me paraît très voisin de 2/5, mais là, il est senestre.

b. Caractères des tiges et des rachis. — La tige de *M. Leharlei* est très grêle de même que les rachis. Leur seule ornementation consiste en des stries longitudinales très fines.

III. A la lumière de ce que nous venons de voir, on connaît également des tiges chez : *Mariopteris muricata* Schlotheim (Stur et Zeiller) [2], [3], *M. nervosa* Brongniart (Zeiller) [3], *M. carnosa* Corsin [5], *M. Guillaumei* Corsin [5], *M. latifolia* Brongniart (=*Diplotmema belgicum* Stur) [2], *M. acuta* Brgt (Stur) [2]. On peut d'ailleurs dire que toutes les fois qu'un axe marioptéridien porte une ramification, on se trouve en présence d'une tige de *Mariopteris*.

IV. Par déduction, on peut admettre que les *Diplotmema*, plantes ayant la même morphologie externe que les *Mariopteris* (éléments quadripartites), mais où le limbe est réduit autour des nervures, possèdent la même édification : d'une tige se détachent des frondes quadripartites. C'est ce que montre notamment le *Diplotmema Zeilleri* Stur figuré par Zeiller [3].

CYTOLOGIE. — *La réaction de Feulgen au cours de la gamétogénèse chez* Ginkgo biloba. Note de M. **Michel Favre-Duchartre**, présentée par M. Raoul Combes.

A l'occasion de nos recherches sur la reproduction de *Ginkgo biloba*, nous avons été amené à appliquer la réaction nucléale de Feulgen aux volumineux noyaux rencontrés aux stades qui précèdent et réalisent la fécondation. A notre connaissance, T. Shimamura [1] est le seul auteur ayant utilisé cette technique sur ce matériel; à la suite de cette étude, il déclarait que les noyaux du spermatozoïde, de la cellule centrale et de l'oosphère n'étaient pas colorables par le Feulgen, tandis que pendant les mitoses, les chromosomes étaient normalement colorés.

Nous allons énoncer nos propres observations et discuter les résultats auxquels elles nous ont conduit.

Le noyau de la *cellule spermatogène* (non observé par Shimamura) grossit considérablement depuis la mitose qui lui donne naissance, dans le tube pollinique, jusqu'au moment où il se divise pour donner deux spermatozoïdes; cette augmentation de volume s'accompagne d'un changement de forme : le

---

(1) *Zur Cytologie des Befruchtungsvorganges bei* Cycas *und* Ginkgo *unter Benutzung des Feulgenschen Nuklealreaktion* (*Cytologia*, 6, 1934-1935, p. 465-474).

noyau spermatogène, originellement globuleux ($6-7^{\mu}$ de diamètre) devient discoïde en fin d'évolution ($45^{\mu} \times 20^{\mu}$). En même temps que le noyau se dilate, les filaments chromonématiques deviennent de plus en plus ténus, leur coloration par la réaction de Feulgen diminuant progressivement en devenant même tout à fait indiscernable. Lorsque ce noyau entre en prophase, les filaments redeviennent colorables et la mitose se déroule suivant les processus habituels, les chromosones étant normalement chromatiques pendant la métaphase et l'anaphase; mais, dès la fin de la télophase, on ne distingue plus d'éléments Feulgen-positifs dans les noyaux des *spermatides*. Dans les *spermatozoïdes* libérés, le noyau ($60^{\mu} \times 30^{\mu}$) est resté tout à fait Feulgen-négatif [2].

Dans la cellule centrale, homologue dans le gamétophyte ♀ de la cellule spermatogène, le noyau augmente progressivement de volume et atteint 70^{μ} sur 50^{μ}; il quitte le centre de la cellule et se place à son pôle apical, sous le col de l'archégone; on y observe alors de longs et fins filaments restés Feulgen-positifs, enrobés d'une substance colorable par le vert-lumière. Le noyau de la cellule centrale se divise normalement, donnant naissance au noyau dit de la *cellule ventrale du canal* et à celui de l'*oosphère*; le premier entre immédiatement en involution, tandis que le second gagne le centre du gamète ♀, tout en augmentant de taille (jusqu'à $70-80^{\mu}$ de diamètre); des filaments Feulgen-positifs sont nettement visibles pendant toute cette évolution et jusqu'au stade final où le pronucleus ♀ est prêt à recevoir le pronucleus ♂ [3].

Nous pensons que Shimamura n'a pas réussi à colorer par le Feulgen les noyaux de la cellule centrale et de l'oosphère parce qu'il n'hydrolysait ses préparations dans l'acide chlorhydrique normal à 60° que pendant 4 minutes, alors que la mise au point de cette technique nous a conduit à retenir 15 minutes comme durée idéale d'hydrolyse. Nos derniers résultats concordent avec les vues générales de J. Brachet [4] qui, contrairement à l'opinion généralement admise, déclare que les *chromomères donnent la réaction de Feulgen pendant toute l'oogénèse*; tandis que la Feulgen-négativité des noyaux ♂ est beaucoup plus rare chez les Végétaux et, à moins qu'une amélioration de technique, en particulier un meilleur choix de fixateurs, ne révèle par la suite la présence constante d'acide thymo-nucléique dans les noyaux des cellules spermatogénes adultes et des spermatozoïdes, il faudrait admettre qu'à ces stades, les chromonémas en sont complétement dépourvus. Ce comportement

---

(2) Les spermatozoïdes surnuméraires en involution et fortement contractés ($20^{\mu} \times 10^{\mu}$) que l'on rencontre dans la cavité archégoniale, ont un noyau colorable par le Feulgen.

(3) Dans les oosphères non fécondées et en état d'involution, nous observons de courts et épais filaments colorés par le Feulgen, en contact avec de gros nucléoles.

(4) *Embryologie chimique*, 1944, p. 68-71).

particulier du spermatozoïde de *Ginkgo biloba* pourrait aller de pair avec ses dimensions exceptionnelles, caractère que l'on ne rencontre guère dans le règne végétal que chez les Cycadales et *Ginkgo*.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Action* phyto-inhibitrice *d'un isostère soufré du phénylcarbamate d'isopropyle*. Note de MM. **Charles Mentzer** et **Darius Molho**, transmise par M. Maurice Javillier.

L'action inhibitrice du phénylcarbamate d'isopropyle (I) vis-à-vis des végétaux supérieurs et plus particulièrement des monocotylédons a été signalée pour la première fois par Templeman et Sexton [1]. Quand on remplace dans la molécule de cet ester carbamique l'atome d'oxygène du groupement —CO par un atome de soufre, on aboutit au phényl-thiocarbamate d'isopropyle (II) qui peut être considéré comme un isostère du phénylcarbamate correspondant.

$$C_6H_5-NH-COO-CH\langle^{CH_3}_{CH_3} \quad \text{(I)} \qquad C_6H_5-NH-\overset{\overset{S}{\|}}{C}-O-CH\langle^{CH_3}_{CH_3} \quad \text{(II)}$$

Il existe déjà dans les publications un certain nombre de données sur l'action pharmacodynamique de couples isostères. Dans certains cas, les deux analogues structuraux ont une action opposée, comme par exemple la méthionine et la méthoxinine [2]; dans d'autres cas, au contraire, les propriétés biologiques des deux isostères se ressemblent; ainsi l'oxybiotine se comporte comme un facteur de croissance, exactement comme la biotine [3]. Le couple phénylcarbamate-phényl-thiocarbamate d'isopropyle se range dans cette dernière catégorie, étant donné que les deux partenaires de ce couple produisent les mêmes effets biologiques comme le montre l'expérience suivante :

10^5 de graines de blé sont immergées pendant 24 heures dans une solution aqueuse de phényl-thiocarbamate d'isopropyle à 10^{-4} (lot A) et soumises à la germination selon la technique précédemment décrite [4]. En même temps, un lot B est traité par du phénylcarbamate d'isopropyle à la même concentration et un lot C témoin est trempé simplement dans de l'eau ordinaire (non distillée). 24 heures après le début de l'opération, les coléoptiles apparaissent et le comportement des trois lots est identique à tous les points de vue durant plusieurs jours. Quand les cotylédons ont atteint une longueur de 5 à 7^{mm}, des différences commencent à se manisfester, entre les lots A et B dont les colé-

(1) *Nature*, 156, 1945, p. 630.
(2) Roblin, Lampen, English, Cole et Vaughan, *J. Am. Chem. Soc.*, 67, 1945, p. 290.
(3) F. J. Pilgrim, Axelrod, A. E. Winnick, T. et K. Hofmann, *Science*, 102, 1945, p. 35.
(4) C. Mentzer, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 30, 1948, p. 384-396.

optiles cessent de s'allonger et croissent en épaisseur, et le lot témoin qui continue à pousser normalement. Il est important de noter que nous nous trouvons là en présence de deux substances dont l'action ne s'exerce pas au moment de leur application, c'est-à-dire au départ de la germination, mais à un stade ultérieur au développement de la plantule. Ni le taux de germination, ni la vitesse de l'allongement du coléoptile ne sont modifiés par rapport aux témoins. Les effets morphogénétiques se manifestent quand les plantules ont atteint une hauteur de 5 à 7^{mm}; à ce moment leur allongement s'arrête et l'épaississement du coléoptile s'accentue de plus en plus; l'apparition des racines par contre est complètement inhibée. Cette expérience peut être reproduite à volonté et dans tous les cas, les deux isostères se comportent qualitativement de la même façon. Seule la concentration limite active varie légèrement en fonction de la substance utilisée : elle est de $0,5.10^{-5}$ pour le phénylcarbamate d'isopropyle et de 10^{-5} pour l'isostère soufré. L'interprétation de ces faits fera l'objet d'un mémoire ultérieur.

BIOLOGIE. — *Les formations endocrines cérébrales des Isopodes marins.* Note (*) de M. **Raymond Amar**, présentée par M. Pierre-Paul Grassé.

Deux catégories de formations endocrines, en rapport avec le système nerveux céphalique, ont été reconnues jusqu'ici chez les Isopodes : l'organe pseudofrontal, homologue, selon Hanström, de la glande du sinus des autres Malacostracés, et l'organe que j'ai précédemment décrit chez *Idotea* [1] et que j'appellerai ici *organe de Bellonci*, du nom de l'anatomiste italien qui l'a signalé le premier chez *Sphæroma serratum* [2].

L'étude comparative montre que ces organes existent, et même coexistent, chez les principaux groupes d'Isopodes marins, qu'ils y présentent de remarquables variations de forme et de structure, et qu'ils y occupent des positions relatives variables avec les espèces.

Les *Valvifera*, et en particulier les *Idoteidæ*, possèdent un organe de Bellonci situé au bord antéro-supérieur de la moitié proximale du lobe optique. L'organe pseudofrontal, bien développé, est situé très distalement par rapport aux centres optiques et se rattache ventralement, assez près de l'œil, au nerf optique. De forme allongée, avec une ébauche de ramification chez *Idotea baltica*, il est plus massif et réniforme chez *Zenobiana prismatica*.

Ces formations se retrouvent également chez les *Flabellifera*. Chez les *Cironalidæ*, l'organe de Bellonci se présente sous la forme d'une vésicule ovoïde

---

(*) Séance du 9 janvier 1950.

(1) *Comptes rendus*, 227, 1948, p. 301-303.

(2) *Atti R. Accad. Lincei*, 278, 1881, p. 93.

incluse, comme chez *Idotea*, dans le bord antérieur du lobe optique, mais l'organe pseudofrontal est moins individualisé; il moule ventralement les centres optiques externes et s'épaissit seulement distalement en une saillie bien marquée (*Conilera*). Chez les *Cymothoidæ*, l'organe de Bellonci tend à se séparer du lobe optique. Il se situe en effet (*Anilocra*) en avant du *chiasma internum* et se rattache à la *medulla interna* par un fin et très court pédoncule. L'organe pseudofrontal est bien développé, allongé et ramifié. Chez les *Sphæromidæ*, enfin, on observe encore des variations intéressantes dans la morphologie et la position des formations endocrines.

Ainsi chez *Sphæroma serratum*, alors que l'organe pseudofrontal se présente sous la forme simplifiée d'une sorte de calotte moulant ventralement la *medulla externa*, l'organe de Bellonci s'est profondément différencié en une petite vésicule, située antérieurement, au niveau de la portion distale du lobe optique. Il se rattache ventralement à celui-ci par un canal pédonculaire d'abord libre, puis inclus dans la partie proximale de la *medulla externa*. Chez d'autres représentants de la famille (*Cymodoce*, *Dynamene*), l'organe de Bellonci est moins nettement individualisé et forme une sorte d'appendice assez épais, légèrement dilaté au bout distal et allongé parallèlement et antérieurement aux centres optiques; proximalement, il montre un début d'intégration au lobe optique qui se creuse pour le recevoir. L'organe pseudofrontal occupe une position analogue à celle que l'on observe chez *Sphæroma* et vient coiffer la portion interne de l'organe de Bellonci.

En somme, on assiste chez les *Valvifera* et les *Flabellifera* à une série de déplacements et de variations morphologiques intéressant, d'une manière indépendante, les deux catégories de formations endocrines et que l'on peut schématiser ainsi : migration distale et différenciation en organe pseudofrontal individualisé, ultimement ramifié, d'un simple épaississement ventral du lobe optique; migration proximale et intégration au lobe optique de l'organe de Bellonci type (vésicule pédonculée). Malgré ces variations formelles, les caractères histologiques généraux de l'organe pseudofrontal, analogues à ceux notés chez les *Oniscoidea*, demeurent cependant très constants. Il en est de même de ceux de l'organe de Bellonci, qui, sauf chez les *Cymothoidæ* adultes, correspondent en gros à ceux décrits chez *Idotea*.

Enfin, chez les représentants les plus aberrants de l'ordre, *Gnathiidea* et *Anthuridea*, ces organes sont également présents. Chez *Paragnathia formica*, l'organe pseudofrontal est relativement bien développé et situé ventralement sous les centres optiques distaux contre lesquels il est étroitement appliqué. Au voisinage de cet organe pseudofrontal, proximalement, se trouve une énorme concrétion fuchsinophile, généralement sphérique, parfois plus ou moins déformée, avec quelques petits globules satellites. Malgré ses particularités, cette structure paraît pouvoir être considérée avec quelque certitude comme représentant un organe de Bellonci. Par ailleurs, les formations endocrines de

Paragnathia offrent de grandes similitudes avec celles de *Cyathura carinata*, où l'organe pseudofrontal se présente comme un épaississement de la *lamina ganglionaris* et où l'organe de Bellonci, situé plus proximalement entre la *lamina ganglionaris* et la *medulla externa* est constitué également par une sorte de grosse concrétion fuchsinophile. Ainsi l'analogie des formations endocrines que l'on observe chez les *Gnathiidea* et les *Anthuridea* vient s'inscrire parmi une série d'autres caractères communs à ces deux groupes pourtant si différents à d'autres égards.

Cette étude comparative, uniquement morphologique, nous a fourni la base anatomique indispensable à la réalisation d'expériences parallèles à celles que l'on a pu effectuer chez les Décapodes où la localisation des glandes endocrines dans le pédoncule oculaire a été un des facteurs essentiels des progrès de l'endocrinologie des Crustacés.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Implantation fractionnée de l'anneau de Weismann chez des larves* permanentes *de* Calliphora erythrocephala *Meig*. Note de M. **Bernard Possompès**, présentée par M. Pierre-P. Grassé.

Dans une Note antérieure (¹) j'ai signalé que, chez des larves du troisième stade de *C. erythrocephala*, l'ablation de la glande péritrachéenne (fraction de l'anneau de Weismann constituée par les grandes cellules glandulaires), provoque une suppression de la métamorphose dans tous les cas où une telle opération précède un moment critique très voisin de l'époque du raccourcissement en tonnelet.

Parmi les larves *permanentes* ainsi préparées par extirpation de la glande péritrachéenne et aussi parfois de l'anneau de Weismann total, je n'ai retenu que les individus qui, 8 à 10 jours après l'intervention, manifestaient une activité musculaire en apparence comparable à celle d'une larve indemne parvenue au terme du dernier stade. Dans ces animaux, j'ai ensuite implanté un nombre variable d'anneaux de Weismann complets ou de constituants isolés de cet anneau, éléments issus de larves du troisième stade d'âges variés.

Que l'implantat soit constitué par l'anneau total, par l'ensemble de la glande péritrachéenne et du *corpus allatum* inclus dans sa masse ou par la glande péritrachéenne seule, on obtient des résultats identiques. Aussi peut-on attribuer les effets observés à l'action de la glande péritrachéenne. Ce fait mis en évidence, pour des raisons de commodité expérimentale, j'ai le plus souvent pratiqué des implantations de glandes péritrachéennes non dépouillées du *corpus allatum*.

Une seule glande péritrachéenne issue d'une larve prête à s'immobiliser

---

(1) *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 1527-1529.

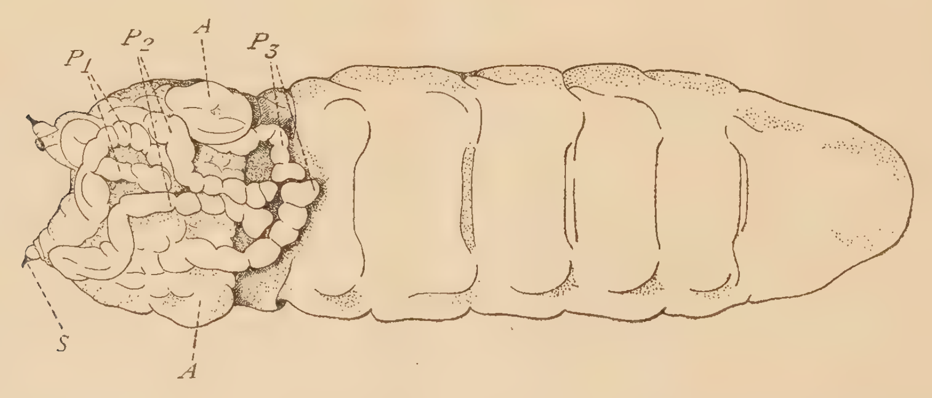
déclenche la métamorphose chez une larve *permanente* dans un délai de 30 à 48 heures. Si les larves donneuses sont plus jeunes, le seuil d'efficacité n'est plus atteint avec une unique glande et il devient nécessaire d'implanter un nombre de glandes d'autant plus élevé que celles-ci sont plus jeunes.

L'âge de l'hôte au moment de l'ablation n'influe pas sensiblement sur les résultats obtenus. Les larves *permanentes* se métamorphosent dans les mêmes délais sous l'action d'un implantat efficace identique. Malgré l'absence de la glande péritrachéenne ou même de l'anneau de Weismann complet, les larves semblent ainsi parvenir à un état de développement comparable.

Les animaux incités à se métamorphoser après la double opération décrite ci-dessus subissent, dans les cas les plus réussis, les modifications caractéristiques de l'initiation de la métamorphose : raccourcissement en tonnelet, durcissement et brunissement de la cuticule.

Souvent le raccourcissement est incomplet et le puparium conserve plus ou moins l'aspect de la larve, quoique les transformations tégumentaires demeurent normales. Dans quelques cas l'état larvaire de la cuticule se maintient sur des régions du corps d'étendue variable.

La formation du puparium est suivie de la mue libérant celui-ci (troisième mue larvaire) et, peu après, de la mue nymphale proprement dite, réalisée ici à l'intérieur du puparium.



Nymphe obtenue à partir d'une larve « permanente » par l'implantation de glandes péritrachéennes. (Implantation réalisée 17 jours après l'ablation; témoins de l'âge de l'hôte à l'état imaginal depuis déjà plusieurs jours). *A*, ébauches des ailes; P_1, P_2, P_3, ébauches des pattes; *S*, cornes stigmatiques prothoraciques. (Raccourcissement plus faible que la normale.)

Les nymphes obtenues possèdent, même dans les cas de raccourcissement incomplet, des ébauches d'ailes, d'haltères, de pattes normalement dévaginées, et des cornes stigmatiques prothoraciques typiques. Cependant l'évolution de ces nymphes s'arrête toujours au stade précédant immédiatement l'extroversion de la tête imaginale. Je n'ai jamais réussi à obtenir des nymphes expéri-

mentales plus avancées. Faut-il attribuer ce fait à un affaiblissement musculaire consécutif aux deux interventions et à un certain dépérissement de la larve durant la dizaine de jours séparant les deux opérations?

Les processus histologiques internes liés à la métamorphose se déclenchent également : histogenèse du tube digestif imaginal, histolyse et rejet du tube digestif larvaire, libération des cellules adipeuses larvaires et accroissement en taille et nombre de leurs inclusions protidiques, transformations du système nerveux, etc.

Je ne puis encore affirmer que morphogenèse externe et transformations internes se déroulent avec leur synchronisme normal.

Les larves *permanentes*, susceptibles de survivre parfois très longtemps, deviennent, par contre, de moins en moins aptes à reprendre leur développement. La cause en est probablement une diminution trop considérable des réserves que signale un amaigrissement parfois très poussé.

Ces expériences amènent à conclure que la formation du puparium de *C. erythrocephala* et les différents phénomènes de la nymphose se trouvent sous la dépendance d'une sécrétion de la glande péritrachéenne. Ces résultats confirment les conclusions antérieurement déduites d'ablations fractionnées de l'anneau de Weismann. Ils s'accordent avec les faits mis en évidence par M. Vogt (²) chez *Drosophila hydei* à la suite d'expériences d'implantation dans des abdomens de larves isolés par ligature.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Détermination épigamique du sexe chez les* Aphidinæ. Note de M. **Lucien Bonnemaison**, présentée par M. Pierre-P. Grassé.

J'ai signalé (¹) (²) que les sexupares aptères de *Brevicoryne brassicæ* L. et les sexupares ailés de *Myzus persicæ* Sulz pouvaient engendrer, outre des virginipares ou des sexupares aptères ou ailés, des mâles et des femelles. Lorsque les conditions les plus favorables à la production des formes sexuées sont réunies, les sexupares aptères de chaque espèce produisent uniquement des mâles et les sexupares ailés n'engendrent que des femelles; ces Pucerons seront donc tantôt des virgino-sexupares, tantôt des ambipares ou des sexupares vrais. Pour les sexupares aptères de *B. brassicæ*, la parthénogenèse sera deutérotoque ou arrhénotoque et pour les sexupares ailés de *M. persicæ*, elle pourra être deutérotoque ou thélytoque.

Divers facteurs permettent de provoquer à volonté l'apparition de Pucerons

(²) *Biol. Zblt.*, 63, 1943, p. 395-446.

(¹) *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 209.

(²) *Comptes rendus* (sous presse).

parthénogénétiques, de mâles ou de femelles, dans des lignées où la reproduction sexuée a commencé à se manifester.

Les formes sexupares ou sexuées de *B. brassicæ*, de *M. persicæ* et de *Sappaphis plantaginea* Pass. apparaissent aux températures inférieures ou égales à 20°.

Une température constante de 24 ou de 25° inhibe, en une ou deux générations, la production des sexupares ailés, des femelles et des mâles de *B. brassicæ* et de *S. plantaginea* ainsi que celle des sexupares ailés de *M. persicæ*.

Une température constante de 22° inhibe, en une ou deux générations, la production des sexupares ailés et des femelles de *B. brassicæ*, des sexupares ailés de *M. persicæ*, mais n'empêche pas la naissance des sexupares ailés de *S. plantaginea* ni celle des mâles des trois espèces.

En soumettant des sexupares aptères de *B. brassicæ* à une température constante de 25° dès la mue imaginale, il est possible d'obtenir, à partir du 12ᵉ jour, le remplacement partiel de la reproduction bisexuée par la reproduction parthénogénétique.

En élevant à une température de 20° et avec une durée d'éclairement inférieure à 13 heures, des adultes de *B. brassicæ* provenant d'une lignée soumise depuis plusieurs générations à une température constante de 25°, on peut obtenir, dans la descendance de ces Pucerons, des mâles et des femelles dès le 13ᵉ jour après le début de l'expérience.

Dans les élevages faits au laboratoire, à la lumière naturelle et à une température moyenne inférieure à 22°, les mâles naissent plus tôt à l'automne que les femelles sexuées; au printemps, les femelles cessent d'apparaître avant les mâles. D'une manière générale, les mâles naissent au cours de l'automne lorsque la durée du jour est de 13ʰ 30ᵐ et les femelles lorsqu'elle n'est plus que de 12ʰ 30ᵐ.

La lumière permanente (naturelle complétée par la lumière artificielle) inhibe, en 1 à 3 générations, la production des sexupares ailés ou des femelles de *B. brassicæ* et de *M. persicæ*, mais elle est impuissante à empêcher la naissance des mâles.

Les femelles sexuées de *B. brassicæ* ou de *M. persicæ* n'apparaissent plus lorsque la durée de l'éclairement est supérieure à 13 ou 14 heures.

Les sexupares ailés, qui engendrent normalement des femelles sexuées de *B. brassicæ*, n'apparaissent pas tant que l'effet de groupe est évité; en faisant intervenir ce facteur sur des Pucerons aptères, on obtient un pourcentage important de sexupares ailés ou de femelles sexuées, à la première ou à la seconde génération.

Ces faits paraissent démontrer que la production des formes sexuées est sous la dépendance étroite de facteurs écologiques.

On sait que l'œuf qui donne un Puceron virginipare ou sexupare n'émet

qu'un seul globule polaire; l'œuf mâle subit une division équationnelle pour les autosomes et une division réductionnelle pour les hétérochromosomes alors que la division de maturation est équationnelle pour tous les chromosomes de l'œuf qui engendre une femelle sexuée (Stevens 1910, Morgan 1909, 1912, 1915).

Ceci montre que certains facteurs biotiques peuvent intervenir sur la méiose chez les *Aphidinæ* : une température constante de 25° et, dans une moindre mesure, une lumière de grande durée, s'opposent à l'émission du second globule polaire et inhibent, en conséquence, la reproduction bisexuée.

Une température constante égale ou supérieure à 22°, une lumière d'une durée supérieure à 13 ou 14 heures ne permettent que la division réductionnelle des hétérochromosomes; enfin, la division équationnelle a lieu pour tous les chromosomes lorsque la température est inférieure à 22° et la durée quotidienne d'éclairement de moins de 13 heures.

Ces observations prouvent que la détermination du sexe est épigamique chez les Aphides étudiés; cette conclusion ne peut, cependant, s'appliquer à tous les *Aphidinæ* (à *Aphis saliceti* Kalt, par exemple).

BIOMÉTRIE. — *Sur une différence pondérale à l'âge adulte entre deux lignées consanguines de* Mus musculus. Note (*) de M. **Nicolas Kobozieff**, Mme **Nathalie Pomriaskinsky-Kobozieff** et M. **Marcel-Paul Schützenberger**, présentée par M. Maurice Caullery.

Dans deux Notes précédentes (1) nous avons étudié le poids à la naissance dans deux lignées consanguines : *P* (lourdes) dans laquelle aucune mutation n'a jamais été observée et *L* (légères) provenant d'un stock mutant, mais ne présentant actuellement plus d'anomalies.

Nous avons comparé le poids à la naissance dans chaque lignée et dans les croisements suivants : *LP* (♂ $L \times$ ♀ P), *PL* (♂ $P \times$ ♀ L), LP_2 (deuxième génération de ♂ $L \times$ ♀ P) et PL_2 (deuxième génération de ♂ $P \times$ ♀ L). Nous avons constaté qu'il n'existe pas de différence notable de fécondité entre les deux lignées. Tenant compte de l'influence importante qu'exerce, sur le poids à la naissance, le nombre de petits dans la portée, nous avons montré que les souriceaux de la lignée *L* sont régulièrement plus légers que ceux de la lignée *P*. Les deux lignées sont donc génétiquement différentes. Dans l'étude des croisements, nous avons relevé une influence paternelle et une influence maternelle, cette dernière étant d'ailleurs beaucoup plus marquée. Nous continuons ici ce

---

(*) Séance du 16 janvier 1950.

(1) *Comptes rendus*, 229, 1949, p. 1267; 230, 1950, p. 240.

travail, en comparant cette fois le poids des souris adultes sur un échantillon de 508 animaux pesés à un âge compris entre 6 et 9 mois.

1° *Influence du nombre de souriceaux dans la portée sur le poids à l'âge adulte.* — Il y a une corrélation négative entre le poids de la souris adulte et le nombre des petits constituant la portée où elle est née (lignée P : $r_{♂} = -0,28$; $r_{♀} = -0,26$; lignée L : $r_{♂} = -0,23$; $r_{♀} = -0,06$, sur 59, 85, 59 et 113 animaux respectivement). Cependant les différences de fécondité entre les différents croisements étant relativement faibles, nous n'avons pas tenu compte de cet élément dans les calculs ultérieurs.

2° *Influence du sexe sur le poids adulte.* — Les femelles sont significativement plus légères que les souris mâles. Au total, la différence est de 1^g,3 et se présente régulièrement dans les divers croisements. Les sexes étant à peu près également représentés dans nos échantillons, nous avons basé nos comparaisons sur la moyenne des poids moyens des mâles et des femelles.

3° *Différence pondérale entre P et L.* — Cette différence est extrêmement nette : 10^g,92 ± 0^g,27 (soit 32,6 % du poids de P). De plus les poids dans la lignée P semblent plus variables que dans la lignée L : les coefficients de variation sont respectivement de 1,37 et 1,14 et cette différence est significative.

4° *Différence pondérale entre les croisements.* — Nous avons obtenu les résultats suivants :

Type du croisement.	Nombre total. d'animaux examinés.	Poids moyens.
P	60♂ + 99♀ = 159	31,88 ± 0,35
L	60♂ + 113♀ = 173	20,96 ± 0,18
LP	21♂ + 21♀ = 42	31,69 ± 0,56
PL	22♂ + 22♀ = 44	27,14 ± 0,31
LP_2	28♂ + 21♀ = 49	28,11 ± 0,35
PL_2	21♂ + 20♀ = 41	28,52 ± 0,60

Ici encore, comme pour le poids à la naissance, le résultat le plus net est l'augmentation de poids résultant du croisement avec la lignée P (différence entre L et PL : 6^g,18 soit 29,5 % du poids de L). Toutefois un effet maternel est certain, que met en valeur la comparaison entre LP et PL (la différence de 4^g,55 est significative). Enfin, nous n'avons pas pu démontrer statistiquement l'existence d'une ségrégation en F_2, car il n'existe pas d'augmentation notable de la variance de la distribution des poids dans les croisements LP_2 et PL_2.

Nous poursuivons ces expériences en étudiant les croisements de retour ♂P × (♂P × ♀L) et ♂L × (♂L × ♀P).

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Intervention des acides nucléiques dans la synthèse des enzymes de constitution des microorganismes*. Note de MM. **Robert Bonnet** et **Jacques Gayet**, transmise par M. Maurice Javillier.

En faisant varier la vitesse de croissance du *Sterigmatocystis nigra*, soit par variation de l'aliment azoté, soit par modification du rapport glucides/azote dans le milieu de culture, l'un de nous (1), (2) a montré que la formation des enzymes hydrolysant les glucides est sous la dépendance étroite des difficultés qu'éprouve l'être vivant à exécuter ses processus de croissance. Plus ces difficultés sont grandes, plus les enzymes formés sont actifs. Ainsi, par ralentissement du développement, on doit provoquer, dans le mycélium, l'accumulation d'une protéine, que l'on peut considérer comme la substance-mère des principales hydrolases. Cette manière de voir a été retrouvée par Wurtz (3) dans le cas de la glucose-oxydase et par Gayet (4) pour ce qui est des diverses phosphatases.

Dans une étude récente sur le métabolisme phosphoré du *Sterigmatocystis*, Gayet (4) montre que les perturbations apportées dans les processus de croissance, soit par changement de la source d'azote, soit par l'emploi de corps toxiques agissant sur le potentiel d'oxydo-réduction du milieu, se traduisent par une hausse considérable du taux du phosphore nucléique total. Cette hausse est d'autant plus importante que le rendement matériel est plus défavorable. Alors que, sur milieu normal équilibré, le phosphore nucléique total représente un tiers environ du phosphore mycélien total, sur milieux intoxiqués notamment, il en représente la moitié. Des dosages n'ayant révélé que des quantités très réduites d'acide désoxyribonucléique, on se trouve donc, dans le mycélium, en présence d'une accumulation d'acide ribonucléique.

L'ensemble de ces résultats nous incite à admettre une intervention de la fraction nucléique dans les processus aboutissant à la formation des enzymes de constitution de la mucédinée étudiée.

Les recherches de Jeener et Brachet (5) sur la levure ont montré que l'acide ribonucléique du cytoplasme représente deux fractions distinctes : l'une, liée aux granules submicroscopiques analogues aux microsomes décrits par Claude dans la cellule animale, cette part varie peu; l'autre fraction, dite

---

(1) R. Bonnet, J. Bonnet et R. Catel, *Trav. Memb. Soc. Chim. biol.*, 24, 1942, p. 1378.
(2) R. Bonnet et J. Bonnet, *Trav. Memb. Soc. Chim. biol.*, 24, 1942, p. 1145.
(3) *Thèse Doc. Sc. nat.*, 1944, Strasbourg.
(4) *Thèse Doc. Sc. nat.*, 1949, Strasbourg.
(5) *Enzymologia*, 11, 1944, p. 222.

libre, offre, par contre, des variations beaucoup plus importantes et indépendantes de la vitesse du développement.

Pour Boivin ([6]) il existerait une relation entre les acides ribonucléiques granulaires et les acides désoxyribonucléiques des gènes nucléaires, conditionnant l'équipement enzymatique de constitution dans la cellule. C'est à une hypothèse analogue que s'arrête Spiegelman ([7]) lorsqu'il désigne sous le nom de plasmagènes les unités cytoplasmiques de nature nucléoprotéique, directement issues des gènes nucléaires et qui contrôlent les types et les quantités de protéines et d'enzymes synthétisées. Pour cet auteur, l'addition d'un substrat utilisable modifie les interactions compétitives entre les plasmagènes, le résultat de ces interactions ayant pour effet de déterminer la constitution enzymatique du cytoplasme.

Ces faits nous permettent de penser que les acides ribonucléiques granulaires du cytoplasme, en relation directe avec les gènes désoxyribonucléiques nucléaires déterminent l'aptitude de l'organisme à produire ses enzymes de constitution; c'est une action de contrôle qui caractérise la cellule héréditairement. Se trouve-t-on également en présence d'une action d'ordre quantitatif? C'est là que nos recherches rapprochées des observations que nous venons de rapporter peuvent donner un appui aux conclusions antérieures de Bonnet. Que représente, en effet, l'acide ribonucléique libre qui s'accumule dans les tissus du microorganisme, quand celui-ci éprouve des difficultés de développement? Cette fraction doit constituer la protéine jouant le rôle de précurseur du complexe plasmagène-enzyme de Spiegelman, ou participer à son édification. Dans ces conditions, avec une même quantité d'extrait diastasifère, correspondant par conséquent au même poids de tissu mycélien, l'activité enzymatique est proportionnellement plus élevée dans le cas d'un mycélium ayant des difficultés de développement (donc renfermant plus d'acide ribonucléique libre, en valeur absolue, et inemployé) que dans le cas d'un mycélium à croissance impétueuse (renfermant moins d'acide nucléique libre, en valeur absolue, et employé dans la synthèse des enzymes actifs pour les processus de croissance).

Le rôle exact joué par l'acide ribonucléique ou la ribonucléine doit vraisemblablement être recherché dans des réactions d'ordre catalytique faisant intervenir la configuration moléculaire, telles que celles envisagées par Pauling ([8]). Nos recherches nous permettront peut-être de résoudre ce problème.

([6]) *Arch. Sc. physiol.*, **1**, 1947, p. 35.

([7]) *Symp. Soc. exp. Biol.*, **2**, 1948, p. 286.

([8]) *Bull. Soc. Chim. biol.*, **30**, 1948, p. 247 et *Endeavour*, **7**, 1948, p. 43.

BACTÉRIOLOGIE. — *Une espèce nouvelle de bactérie fixatrice d'azote moléculaire isolée du sol* : Endosporus azotophagus *n. sp.*. Note (*) de MM. **Yao Tseng Tchan** et **Jacques Pochon**, présentée par M. Joseph Magrou.

Les travaux récents sur la fixation de l'azote moléculaire par les bactéries anaérobies montrent qu'un grand nombre de germes du genre *Clostridium* possèdent cette fonction; cependant la source d'azote ne peut être uniquement moléculaire et le milieu de culture doit contenir une petite quantité d'azote combiné ([1]). Le pouvoir de proliférer sur un milieu strictement sans azote combiné apparaît comme l'apanage de *Cl. pastorianum* ([2]). Récemment on a reconnu le pouvoir fixateur de certains germes photosynthétiques ([3]).

Sur un milieu synthétique sans azote combiné nous avons isolé un germe qui présente les caractères suivants :

Morphologie. — Bâtonnet mobile, péritriche, de 4 à 6^{μ} de long sur $0^{\mu},7$ de large. Les cellules jeunes sont droites ou légèrement incurvées. Les cellules âgées présentent une spore subterminale, clostridienne. Cette spore retient assez mal la coloration de Ziehl. Le germe ne contient pas de granules iodophiles. Il ne se colore pas par la méthode de Gram.

Physiologie. — Le germe fixe l'azote moléculaire. Il ne se développe pas sur les milieux suivants : gélose profonde, eau peptonée, sérum coagulé, gélose et bouillon V. F., gélatine (au moins pour la souche fraîchement isolée).

Sur milieu synthétique minéral sans azote, les glucides suivants sont utilisés : glucose, saccharose, lactose, galactose, mannitol. Ne sont pas utilisés : arabinose, xylose, amidon, glycérol.

Les peptones sont utilisées à condition que la concentration ne dépasse pas 7 à 8 $^{0}/_{00}$. Les nitrates sont utilisés mais non réduits. La prolifération n'a lieu sur gélose que si celle-ci a été parfaitement lavée. En particulier, en gélose profonde (lavée) additionnée de sels minéraux et de mannitol, sans azote combiné, la répartition des colonies est du type anaérobie et microaérophile et celles-ci sont lenticulaires, sans formations de gaz.

La température optima de culture est de 33° (pas de culture à 55°). Les spores résistent 5 minutes à 100°.

Type fermentaire : alcool, acide formique, acide acétique.

Ces caractères doivent faire classer ce germe non dans les *Clostridium* mais

---

(*) Séance du 16 janvier 1950.

([1]) E. D. Rosemblum et P. W. Wilson, *J. Bact.*, 57, 1949, p. 413.

([2]) S. Winogradsky, *Comptes rendus*, 116, 1893, p. 1585.

([3]) Lindstrom, Burris et Wilson, *J. Bact.*, 58, 1949, p. 313.

dans le genre *Endosporus* qui, à notre connaissance, ne contient encore aucune espèce décrite capable de fixer l'azote moléculaire. Nous proposons pour cette espèce nouvelle le nom de *Endosporus azotophagus* (n. sp.).

IMMUNOLOGIE. — *Résistance naturelle et immunité contre le venin de Serpent chez la Mouffette des Andes.* Note de M. **Jean Vellard**, présentée par M. Maurice Caullery.

Dans une Note antérieure ([1]) j'ai montré la résistance élevée de diverses espèces de *Conepatus* au venin des *Viperidæ,* soulignant l'intérêt de poursuivre cette étude chez des animaux provenant de régions dépourvues de serpents, afin de séparer, dans les faits observés, ceux qui relèvent d'une immunité acquise et transmise par hérédité chez des chasseurs habituels de serpents et ceux qui peuvent dépendre d'une résistance naturelle par tout autre mécanisme. Pour expliquer la résistance des *Conepatus* du Brésil et de l'Argentine au venin, je penchai alors vers la première hypothèse.

Grâce à la Compagnie Française des Mines de Huaron, j'ai pu obtenir de nombreux exemplaires de *C. inca*, provenant de la haute région andine du Pérou central (Dept. de Junin), au-dessus de 4000^{m}. La contrée, dépourvue de serpents, est isolée de toute région abritant des serpents venimeux. Cette étude a été réalisée à Huaron, à 4250^{m}.

Les résultats sont très différents de ceux qui avaient été obtenus avec les *Conepatus* de plaine.

Tous nos animaux ont montré une résistance considérable aux venins de *Crotalus terrificus* et de *Bothrops neuwiedii* : 50^{mg} du premier ont produit des symptômes passagers chez un animal de 1500^{g} et 130^{mg} du second ont été nécessaires pour tuer en 48 heures un exemplaire de 2000^{g} par voie intra-musculaire. Pour le Chien et par voie intra-musculaire, la dose minima mortelle est de 1,0 mg/kg avec le venin *C. terrificus* et de 2^{mg},0 avec le venin de *B. neuwiedii*.

Mais, au contraire des espèces de plaine, *C. inca* ne possède pas d'anticorps circulants et son sérum est incapable de protéger le Pigeon contre une dose minima mortelle de venin (injection intraveineuse au Pigeon du mélange sérum-venin après 60 minutes contact *in vitro* à 37° C). Une légère activation a même été observée.

C. inca est aussi résistant que les espèces de plaine aux effets coagulant et protéolytique des venins : *coagulabilité du plasma fluoré* 60 minutes, B.m. 37°C : début de coagulation, 0^{mg},06; coagulation totale, 0^{mg},20 avec *B. neuwiedii;* 0^{mg},10 et 0^{mg},40 respectivement avec *C. terrificus*. Début de l'action anticoagulante 1^{mg},0 (*C. t.*), de l'action protéolytique 0^{mg},50 (*B. n.*). Coagulabilité du plasma de Chien : 0^{mg},00026 (*C. t.*) et 0^{mg},00020 (*B. n.*).

([1]) *C. R. Soc. Biologie*, **143**, 1949, p. 5.

Les globules rouges de *C. inca* sont très résistants aux solutions salines hypotoniques : hémolyse partielle avec solution NaCl 3,6 °/₀₀ en 60 minutes; hémolyse totale avec solution à 2,8 °/₀₀; l'addition de venin modifie peu ce résultat.

Les globules des espèces de plaine sont très sensibles à l'action hémolytique des venins; les globules lavés sont lysés par les venins purs en l'absence de lécithine ou de sérum. Les globules de *C. inca* sont au contraire très résistants, n'hémolysent pas en présence de venin pur, et sont lentement lysés en présence de venin et de sérum de Chien ou de Cheval.

Venin de Naja naja : $0^{cm^3},1$ sérum chien + $0^{cm^3},2$ globules *C. inca* 5 % + venin : $0^{mg},05$ venin + + + + ; $0^{mg},10$ + + + ; $0^{mg},20$ ± (B. m. 37°C, 30 minutes.

De même, en présence de venin, le sérum de *C. inca* forme peu d'hémolysines; il ne peut lyser les propres globules de *C. inca* et lyse lentement ceux de Chien. Le sérum des espèces de plaine est, au contraire, très actif, dans les mêmes conditions.

Une différence fondamentale existe donc entre le comportement des *Conepatus* de plaine et celui de l'espèce andine vis-à-vis des venins ophidiques. Les premiers possèdent une véritable immunité spécifique, avec anticorps contre les venins des *Viperidæ* et sont très sensibles à leurs effets hémolytiques. L'espèce andine présente une résistance élevée, sans immunité véritable et sans anticorps, et une sensibilité bien moindre aux effets hémolytiques des venins.

La résistance sans anticorps, telle qu'elle s'observe chez l'espèce andine, a dû exister primitivement chez tous les *Conepatus*. Il s'y est ajouté, chez les espèces de plaine qui chassent les serpents venimeux, une immunité spécifique secondaire, provoquée par des morsures fréquentes et se transmettant par hérédité, accompagnée d'une grande sensibilité aux effets hémolytiques des venins, sensibilité que l'on retrouve chez d'autres animaux résistants, comme les sarigues. Cette résistance primitive explique comment les mouffettes ont pu supporter, au début, des morsures multiples et acquérir leur immunité secondaire.

Il nous a paru intéressant de signaler ces deux modes différents de résistance au venin de Serpent dans le genre *Conepatus*, mais il serait nécessaire d'étendre ces recherches à d'autres animaux appartenant à des groupes possédant aussi une résistance élevée, mais vivant dans des régions privées de serpents, comme les sarigues de certaines îles des Antilles, afin d'établir les conditions et le mécanisme exact de cette résistance naturelle sans anticorps.

La séance est levée à 16h.

R. C.

ERRATA.

—

(*Comptes rendus* du 21 novembre 1949.)

Note présentée le même jour, de M. *Aloys Herrmann*, Quelques théorèmes sur la géométrie du triangle :

Page 1055, 2e ligne en remontant, *au lieu de* $\delta = -(\alpha/3)$, $\varepsilon = -(\beta/3)$, $\zeta = -(\gamma/3)$, *lire* $\delta = -(2\alpha/3)$, $\varepsilon = -(2\beta/3)$, $\zeta = -(2\gamma/3)$.

Page 1056, 10e et 11e lignes en remontant, *remplacer* le théorème 5 par le suivant :

Théorème 5. — *Seuls les triangles de Morley homologiques au triangle* ABC, *selon la construction précédemment indiquée sont équilatéraux.*

(*Comptes rendus* du 14 décembre 1949.)

Note présentée le même jour, de M. *Dov Tamari*, Les images homomorphes des groupoïdes de Brandt et l'immersion des semi-groupes :

Page 1292, 4e ligne, *au lieu de* $\langle A' \rangle \subset \mathcal{B}'$, *lire* $\langle A' \rangle \subset \mathcal{B}$.
» 1293, 12e ligne, *au lieu de* algébrique est une telle opération, *lire* algébrique.
» » 15e ligne, *au lieu de* ([10]), *lire* ([9]).